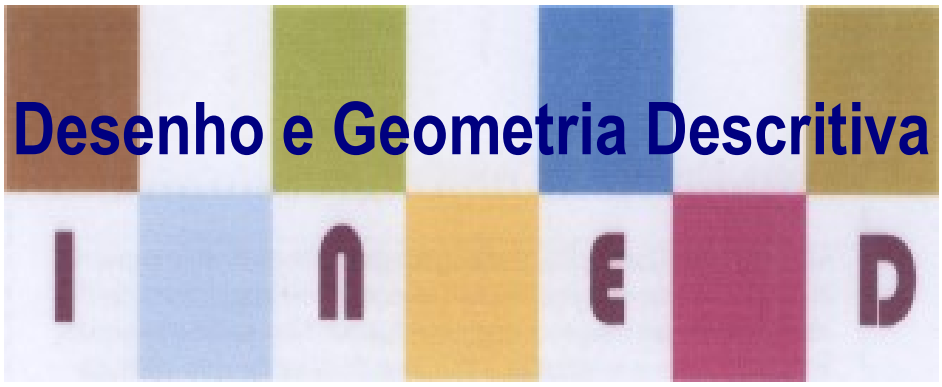
MÓDULO 2



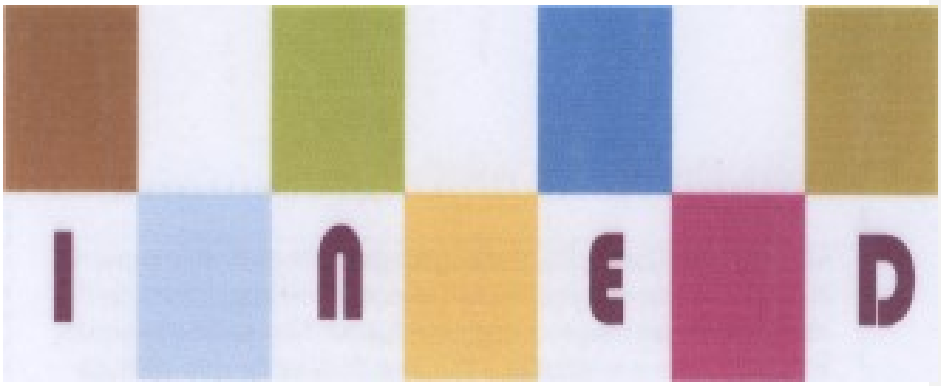
Introdução ao Estudo de Geometria Descritiva

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE EDUCAÇÃO À DISTÂNCIA - INED

Direitos de autor

Este material é propriedade exclusiva do Ministério da Educação da República de Moçambique. A sua reprodução é estritamente proibida e punível nos termos da lei.

Respeite os nossos autores



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Instituto Nacional de Educação à Distância - INED

Av. 24 de Julho nº 254 Maputo

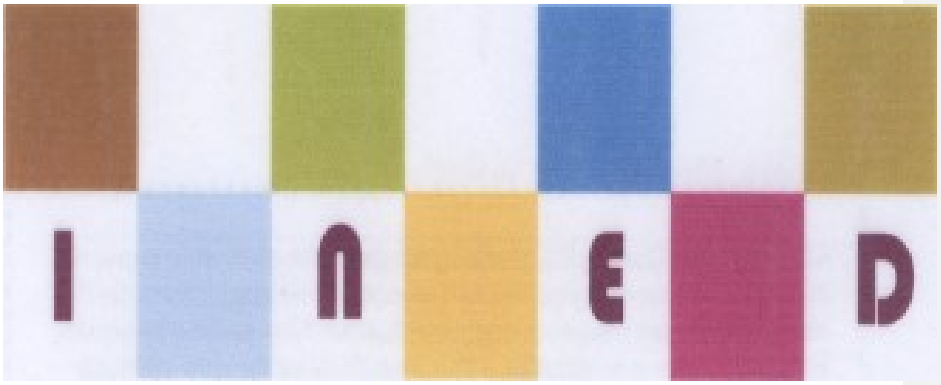
Moçambique

Fax: +25821490000 Tel: +25821490000
E-mail: inde@inde.gov.mz
Site da Internet: www.mec.mz

Agradecimentos

O Ministério da Educação Instituto Nacional de Desenvolvimento da Educação deseja agradecer os abaixo mencionados pela sua contribuição na elaboração deste módulo através do fornecimento da Template:

COL



Conteúdos

Acerca deste Módulo 1

Como está estruturado este Módulo ... 1
Habilidades de aprendizagem ... 3
Necessita de ajuda? ... 3

Lição 1 5

Resenha histórica, Objecto e finalidade, Noção de projecção ... 5
Introdução ... 5
Resenha histórica ... 6
Actividades ... 8
Objecto e Finalidade ... 9
Assim sendo, o objecto do nosso estudo é afinal uma iniciação no método de *Monge*, na base do qual está o conceito de projecção. ... 9
Actividades ... 10
Noção de projecção ... 10
Actividades ... 13
Resumo da Lição ... 14
Actividades ... **Error! Bookmark not defined.**
Avaliação ... 14

Lição 2 17

Sistemas de representação e sua caracterização ... 17
Introdução ... 17
Tipos de projecção ... 18
Actividades ... 19
Métodos de representação ... 19
Aplicação prática dos vários tipos de representação ... 21
Actividades ... 24
Projecção ortogonal ... 24
Resumo da unidade ... 27
Actividades ... 27
Avaliação ... 28

Lição 3 29

Representação do ponto ... 29
Introdução ... 29
Coordenadas dum ponto ... 29
Actividades ... 30
Projecções dum ponto no plano do desenho ... 31

Resumo da lição 38
Actividades 39
Avaliação 40

Lição 4 **41**

Alfabeto do ponto 41
Introdução 41
Alfabeto do Ponto 41
Actividades 43
Actividades 45
Actividades 47
Actividades 48
Resumo da lição 49
Actividades 50
Avaliação 51

Lição 5 **53**

Representação da recta 53
Introdução 53
Definição da recta 53
Actividades 56
Traços da recta (pontos notáveis da recta) 57
Actividades 61
Resumo da lição 62
Actividades 62
Avaliação 64

Lição 6 **65**

Posição da Recta em relação aos planos de projecção 65
Introdução 65
Alfabeto da recta 65
Actividades 71
Resumo da lição 73
Actividades 74
Avaliação 76

Lição 7 **78**

Posições relativas de duas rectas 78
Introdução 78
Posições relativas de duas rectas 78

Resumo da unidade 8275
Actividades 8376
Avaliação 8578

Lição 8 **8680**

Plano 8680
Introdução 8680
Dedefinição do plano 8680
Resumo da lição 9488
Actividades 9488
Avaliação 9589

Lição 9 **9690**

Alfabeto do plano 9690
Introdução 9690
Posição do plano em relação aos planos de projecção 9690
Resumo da lição 10498
Actividades 10599
Avaliação 106100

Lição 10 **107101**

Pontos dum plano 107101
Introdução 107101
Ponto dum plano 107101
Resumo da lição 109103
Actividades 109103
Avaliação 110104

Soluções **111105**

Lição 1 111105
Lição 2 111105
Lição 3 112105
Lição 4 113105
Lição 5 115105
Lição 6 116105
Lição 7 118106
Lição 8 120106
Lição 9 121106
Lição 10 122106

Módulo 2 de Desenho e Geometria Descritiva **124107**

Teste Preparação de Final de Módulo 124107
Introdução 124107
Teste 1 do Fim do módulo 2 ..... **Error! Bookmark not defined.**108
Teste 2 do Fim do módulo 2 ..... **Error! Bookmark not defined.**109

Teste 3 do Fim do módulo 2 ..... **Error! Bookmark not defined.** 111
Chave de Correcção do Teste 1 ..... **Error! Bookmark not defined.** 112
Chave de Correcção do Teste 2 ..... **Error! Bookmark not defined.** 113
Chave de Correcção do Teste 3 ..... **Error! Bookmark not defined.** 114

Acerca deste Módulo

MÓDULO 2

Como está estruturado este Módulo

A visão geral do curso

Este programa~~curso~~ está dividido por módulos autoinstrucionais, ou seja, que vão ser o seu professor em casa, no trabalho, na machamba, enfim, onde quer que você deseja estudar.

Este ~~curso~~ programa é apropriado para você que já concluiu a 10~~7~~ª classe mas vive longe de uma escola onde possa frequentar a 11~~8~~ª, ~~9~~ª e 12~~0~~ª classes, ou está a trabalhar e à noite não tem uma escola próxima onde possa continuar os seus estudos, ou simplesmente gosta de ser auto didacta e é bom estudar a distância.

Neste ~~curso~~ programa a distância não fazemos a distinção entre a 11~~8~~ª, ~~9~~ª e 12~~0~~ª classes. Por isso, logo que terminar os módulos da disciplina estará preparado para realizar o exame nacional da 12~~0~~ª classe.

O tempo para concluir os módulos vai depender do seu empenho no auto estudo, por isso esperamos que consiga concluir com todos os módulos o mais rápido possível, pois temos a certeza de que não vai necessitar de um ano inteiro para conclui-los.

Ao longo do seu estudo vai encontrar as actividades que resolvemos em conjunto consigo e seguidamente encontrará a avaliação que serve para ver se percebeu bem a matéria que acaba de aprender. Porém, para saber se resolveu ou respondeu correctamente às questões colocadas, temos as resposta no final do seu módulo para que possa avaliar o seu despenho. Mas se após comparar as suas respostas com as que encontrar no final do módulo, tem sempre a possibilidade de consultar o seu tutor no Centro de Apoio e Aprendizagem – CAA e discutir com ele as suas dúvidas.

No Centro de Apoio e Aprendizagem, também poderá contar com a discussão das suas dúvidas com outros colegas de estudo que possam ter as mesmas dúvidas que as suas ou mesmo dúvidas bem diferentes que não tenha achado durante o seu estudo mas que também ainda tem.

Conteúdo do Módulo

Cada Módulo está subdividido em Lições. Cada Lição inclui:

Título da lição.

Uma introdução aos conteúdos da lição.

Objectivos da lição.

Conteúdo principal da lição com uma variedade de actividades de aprendizagem.

Resumo da unidade.

Actividades cujo objectivo é a resolução conjuta consigo estimado aluno, para que veja como deve aplicar os conhecimentos que acaba de adquerir.

Avaliações cujo objectivo é de avaliar o seu progresso durante o estudo.

Teste de preparação de Final de Módulo. Esta avaliação serve para você se preparar para realizar o Teste de Final de Módulo no CAA.

Habilidades de aprendizagem

Estudar à distância é muito diferente de ir a escola pois quando vamos a escola temos uma hora certa para assistir as aulas ou seja para estudar. Mas no ensino a distância, nós é que devemos planear o nosso tempo de estudo porque o nosso professor é este módulo e ele está sempre muito bem disposto para nos ensinar a qualquer momento. Lembre-se sempre que " ***o livro é o melhor amigo do homem***". Por isso, sempre que achar que a matéria esta a ser difícil de perceber, não desanime, tente parar um pouco, reflectir melhor ou mesmo procurar a ajuda de um tutor ou colega de estudo, que vai ver que irá superar todas as suas dificuldades.

Para estudar a distância é muito importante que planeie o seu tempo de estudo de acordo com a sua ocupação diária e o meio ambiente em que vive.

Necessita de ajuda?



Ajuda

Sempre que você tiver dificuldades ~~que~~ mesmo após discutir com colegas ou amigos achar que não está muito claro, não tenha receio de procurar o seu tutor no CAA, que ele vai lhe ajudar a supera-las. No CAA também vai dispor de outros meios como livros, gramáticas, mapas, etc., que lhe vão auxiliar no seu estudo.

Lição 1

Resenha histórica, Objecto e finalidade, Noção de projecção

Introdução

Caro estudante, neste segundo módulo ~~a segunda~~, falaremos matéria sobre a necessidade que o homem teve ao longo dos tempos de representar os objectos tridimensionais num plano. Este estudo levou séculos e só em 1795 é que finalmente, ***Gaspard Monge*** sistematizou a geometria descritiva. O domínio desta exigirá de si a capacidade de visualizar no espaço, isto é, imaginar os objectos e deduzir a figura plana que as representa no plano.

Essa capacidade de ver no espaço será desenvolvida à medida em que vais resolvendo exercícios na base de objectos reais.

Portanto, seja bem vindo à visão do espaço.

Objectivos

Ao concluir esta lição você será capaz de:

Deduzir da descrição exacta dos corpos as propriedades das formas e as suas posições respectivas (Gaspard Monge).

Dominar ~~*Conhecer*~~ o vocabulário específico da Geometria Descritiva;

Relacionar um objecto com a sua projecção.

A seguir apresentamos alguns termos da geometria descritiva que você terá de fixar melhor a matéria que vai estudar.

Terminologia/Vocabulário

Geometria Descritiva:	Ciência exacta que estuda a representação bidimensional da característica tridimensional dos objectos – a representação no plano das formas no espaço. É pois, um meio de representação no plano, forçosamente bidimensional, a realidade tridimensional que nos envolve.
Objectos bidimensional:	Figuras planas ou seja figuras com apenas duas dimensões, nomeadamente comprimento e altura, por exemplo todos os polígonos, círculo, etc.
Objectos tridimensionais:	Objectos que têm volume, isto é, que apresentam três dimensões, nomeadamente comprimento, largura (profundidade) e altura, por exemplo poliedros, cones, cilindros, esfera, etc.
Linhas concorrentes:	Linhas que se cruzam

Estimado estudante, esperamos que tenha entendido perfeitamente os vocabulários porque você é inteligente. Avante!

Resenha histórica

Você sabe muito bem que a necessidade de o homem se comunicar através de desenho data desde a pré-história.

Os primeiros desenhos tenderam a tornar-se cada vez mais esquemáticos acabando por conduzir às chamadas escritas ideográficas de que são exemplos os hieróglifos egípcios e a escrita ainda hoje usada na China. A pouco e pouco e desenho foi registando evolução até ter a sua gramática própria.

Você está no bom caminho. Continua descrevendo a resenha histórica.

O desenho como meio de expressão desenvolveu duas linhas, nomeadamente a de representação artística e a rigorosa, uma representação livre de matrizes subjectivas, racional e sem ambiguidade.

A representação de formas tridimensionais sobre a superfície plana foi uma das grandes dificuldades que o homem foi tendo ao longo dos tempos. Só a partir do século XV, com os estudos da teoria do desenho e da pintura realizados por Leonardo Da Vinci assim como os desenhos dos seus eventos, é que se inicio a representação de formas tridimensionais sobre superfícies planas.

Se voce não sabia, nós vamos recordar que nos anos seguintes à descoberta de Leonardo Da Vinci muitos outros interessaram-se pelo assunto com particular destaque para o ***Gaspard Monge*** (1746-1818), o homem que revolucionou esse processo de representação e desenvolveu o método de representação de figuras no espaço, fundando deste modo a Geometria Descritiva e, em 1795 publicou um tratado onde expôs o método da projecções ortogonais.

Caro estudante abaixo está a figura do homem que revolucionou representação de figuras no espaço.



Gaspard Monge (1746-1818)

Deste modo, foi finalmente possível representar sobre um plano as figuras do espaço, de modo a poder resolver problemas de Geometria em que se consideram três dimensões.

Estimado estudante, a Geometria Descritiva assume um papel basilar fundamental para as áreas de Arquitectura, Engenharia de Construção Civil e design, porquanto permite exteriorizar numa linguagem própria as concepções espaciais e construtivas.

Você sabe que é através da Geometria Descritiva que é possível, por exemplo, executar levantamentos rigorosos de edifícios, pontes, etc. já existentes ou projectar os que se pretendem construir. Veja a fig. abaixo.

Falta o desenho!!!!!!!!!!

Desenho (Leonardo da Vinci, estudo de perspectiva para a adoração dos reis magos, 1481

Agora vamos resolvere em conjunto as actividades que segue para medir o seu desempenho.

Formatted: Font: Not Italic

Actividades

Actividades

Nesta primeira parte desta lição falamos sobre a história do surgimento duma área de conhecimentos denominada Geometria Descritiva.

1. Diga em que consiste a Geometria descritiva?
2. Quando e quem é que fundou a Geometria descritiva?

1. Muito bem, certamente você acertou a Geometria Descritiva consiste em representar no plano objectos no espaço e de espaços.

~~nas resposta se respondeu da seguinte maneira:~~

Formatted: Indent: Left: 1,27 cm

Formatted: Indent: Left: 1,27 cm, No bullets or numbering

~~1.~~ Bravo! ~~A Geometria Descritiva consiste em representar no plano objectos no espaço e de espaços.~~

2. a Geometria Descritiva foi fundada no século XVIII, mais precisamente no ano de 1795 por Gaspard Monge.

Formatted: Font: 11 pt

~~2.~~ Depois destas actividades, passemos para o estudo do objecto e finaliddae de Desnho e Geometria Descritiva.

Formatted: No bullets or numbering

Objecto e Finalidade

É do seu conhecimento que a~~A~~ área de conhecimentos de Desenho e Geometria Descritiva ~~aborda a~~faz a sistematização dos diversos métodos de representação gráfica rigorosa, permitindo~~-te~~ a você a aquisição de conhecimentos e o domínio de instrumentos geométricos na perspectiva do desenvolvimento de capacidades de:

- *Percepção* dos espaços, formas visuais e suas posições relativas;
- *Representação* mental de formas imaginadas ou reais;
- *Representação* de formas, de modo normalizados sistematizado

Estimado estudante você irá desenvolver ~~As~~ competências básicas ao aprender ~~que irás desenvolver na base do que vais aprender em~~ Desenho e Geometria Descritiva, ~~vai~~ permitindo deste modo obter ~~que tenhas~~ autonomia e desenvolver ~~as~~ o espírito de cooperação. Com os conhecimentos desta disciplina poderá resolver problemas com que a tua comunidade se depara nas áreas de construção e design.

Esta disciplina fornece, deste modo, uma linguagem visual normalizada, baseada em critérios de rigor, em que se usam materiais e instrumentos específicos para o desenho geométrico. ~~Eu acho que isto deveria fazer parte da introdução do módulo~~

Formatted: Highlight

Formatted: Highlight

Formatted: Highlight

Assim sendo, o objecto do nosso estudo é afinal uma iniciação no método de *Monge*, na base do qual está o conceito de projecção.

Depois disso vamos resolver a actividade que se segue para medir o seu desempenho:

Actividades

Actividades

Responda à questão que se segue:

1. Quais são as áreas que se aplicam os conhecimentos adquiridos na disciplina de Desenho e Geometria descritiva?

Esta foi actividade mais facil de resolver, certamente você acertou na resposta. ~~A resposta certa é:~~

~~1.~~ Os conhecimentos adquiridos na disciplina de Desenho e Geometria Descritiva é aplicado na elaboração de projectos de arquitectura, engenharia, design, etc.

Você está no bom caminho, mas em caso de dúvida volta a estudar a matéria. Agora, como você não tem dúvidas vamos continuara com o nosso estudo lendo noção de projecção.

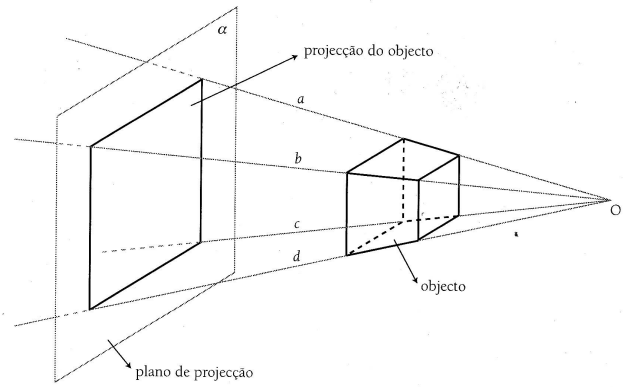
Noção de projecção

O campo da Geometria Descritiva, como nos referimos na introdução desta lição, é a representação no plano de objectos no espaço e de espaços. Você lembra pois não? Essa representação é feita através de projecção desses objectos num plano. Correcto!

Quando paramos num sítio ao sol, vemos a nossa sombra reflectida no plano onde nos encontramos, o chão. Você sabe que essa sombra é a projecção da nossa figura sobre o chão cujo foco luminoso é o sol.

Caro estudante, a projecção de um objecto num plano resulta numa figura plana que se obtém fazendo passar, por alguns dos seus pontos mais significativos do contorno, rectas que, ao intersectarem o plano, determinam as projecções dos pontos pelos quais passam essas rectas. Veja a figura a seguir!

Formatted: No bullets or numbering



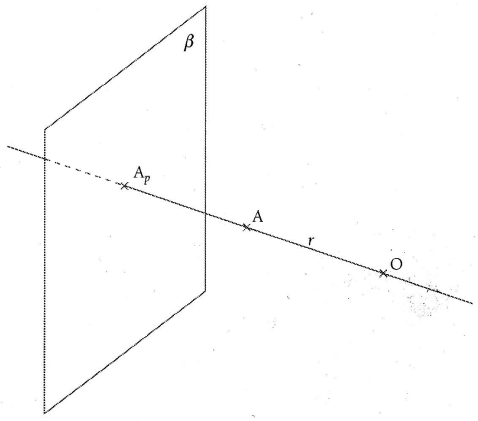
Projecção dum cubo

Conforme você pode observar na figura acima, os seis raios luminosos que focam o cubo, intersectam o plano em igualmente seis pontos que definem a sua projecção sobre esse plano.

Esses raios, que estão representados por rectas, que determinam a projecção do objecto, denominam-se ***linhas projectantes***, *(na figura acima são as linhas a, b, c, d, e* e *f)* O ponto **O**, denomina-se ***origem de projecção ou foco luminoso***, que é o ponto do espaço, exterior ao plano onde se projectam os objectos, onde concorrem todas as projectantes.

À superfície plana onde o objecto é projectado, chama-se ***plano de projecção***, neste caso o plano α. Recorde-se que um plano é designado por uma letra minúscula do alfabeto grego.

Vejamos um desenho mais simplificado que permite uma visão mais facilitada do que acabamos de aprender.



Projecção dum ponto num plano

A recta ***r*** é uma recta projectante, pois ao passar por **A** (ponto que se pretende projectar), no seu prolongamento intersecta o plano ***β*** dando origem à $\mathbf{A_p}$. $\mathbf{A_p}$ é a projecção do ponto **A** sobre o plano ***β***. **O** é o ponto de origem da linha projectante e encontra-se numa distância finita.

Que tal foi difícil a compreensão da projeccão dum ponto num plano? Confiamos na sua potencialidade. Prossigamos com o nosso estudo resolvendo as actividades.

Actividades



Actividades

Responda à questão que se segue:

1. Explica o que são os seguintes elementos que definem uma projecção:

   a) origem de projecção ou foco luminoso;

   b) linha projectante; e

   c) plano de projecção.

~~A resposta certa é:~~Vamos analisar conjutamente as suas respostas em cada alínea da questão:

1. a) Aqui você explicou muito bem. A origem de projecção ou foco luminoso é o ponto onde concorrem as rectas que determinam uma projecção A resposta está correcta.

   b) Bravo a resposta está correctíssima. Linha projectante é a recta que passando pelo ponto a projectar, ao intersectar o plano de projecção determina a projecção desse ponto.

   c) Você é mesmo inteligente. Plano de projecção é uma superfície plana sobre a qual são representadas as projecções.

Caro estudante, agora vamos ler o resumo da lição.

Resumo da Lição



Resumo

Nesta unidade você aprendeu que:

- A representação gráfica de objectos tridimensionais no plano, outrora rudimentar, foi evoluindo ao longo dos tempos tendo se constituído como ciência de representação técnica de formas, com base na qual se elaboram hoje projectos de arquitectura engenharia design, etc.;
- *Gaspard Monge* é que sistematizou a geometria descritiva;
- A geometria é uma base fundamental para o desenvolvimento de projectos de engenharia, arquitectura, escultura e design.
- Origem de projecção, linha projectante e plano de projecção são elementos definidores duma projecção.

Agora, resolve sozinho os exercícios e depois compara as suas respostas com as que aparecem no fim do módulo. Faça como vinha fazendo, não consultar primeiro as soluções antes de responder. Combinado!

Avaliação



Avaliação

Uma vez estando no final da nossa primeira lição sobre a introdução ao estudo de Geometria descritiva, gostaríamos que testasses o nível de domínio que tens sobre os conteúdos nela abordados.

1. Quem fundou a Geometria Descritiva?
2. Em quê é que se aplicam os conhecimentos da Geometria descritiva.
3. Faça a mão levantada um esquema mostrando a projecção de uma pirâmide num plano.

Agora compare as ~~t~~suas respostas com as que te demos no final deste módulo. Bom trabalho!~~a sorte.~~

Lição 2

Sistemas de representação e sua caracterização

Introdução

Caro estudante, nesta lição, nós falaremos sobre os sistemas de projecção, suas características e suas aplicações em vários tipos de representação. Portanto, existem dois tipos de sistemas de projecção, nomeadamente a projecção paralela ou cilíndrica e a projecção cónica ou central. A projecção paralela ou cilíndrica subdivide-se em várias representações conforme veremos no desenrolar da presente lição.

No nosso estudo, ao longo ~~da 11ª e 12ª cl~~do ciclo~~asse~~, iremos aprofundar o sistema de projecção cilíndrica ou paralela, visto que na 10ª classe você ~~aprofundamos o~~ estudou ~~d~~a projecção central ou cónica, nomeadamente a perspectiva rigorosa.

Esperamos que acompanhe atentamente o desenvolvimento dos conteúdos, pois estas primeiras lições constituem a base fundamental para a percepção dos conteúdos das lições que se seguirão.

Desde já desejámo-lo um bom estudo.



Objectivos

Ao concluir esta lição você será capaz de:

- ~~*Conhecer*~~ *Descrever* a fundamentação teórica dos sistemas de representação diédrica e axonométrica;.
- *Identificar* os diferentes tipos de projecção e os princípios base dos sistemas de representação diédrica e axonométrica;.
- *Reconhecer* a função e vocação particular de cada um desses sistemas de representação;

Prezado estudante, depois da introdução, vamos começar o nosso estudo descrevendo os tipos de projecção.

Formatted: Bulleted + Level: 1 + Aligned at: 0,63 cm + Indent at: 1,27 cm

Tipos de projecção

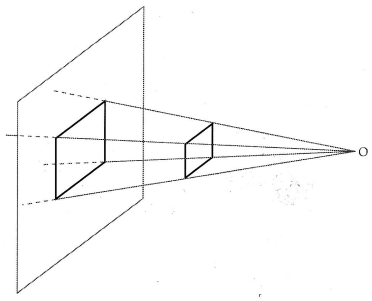
Quando falamos de projecções temos que considerar três variáveis:

1. a distância da origem de projecção ao plano de projecção;
2. a posição das rectas projectantes em relação ao plano de projecção; e
3. o número de planos de projecção.

A variável número um, que é referente a distância da origem de projecção ao plano de projecção, permite-os distinguir os dois sistemas de projecção:

Sistema de projecção central ou cónica

Quando as rectas projectantes têm origem num ponto situado a uma distância finita, ou seja quando a origem de projecção situa-se a uma distância do nosso alcance, trata-se do sistema de projecção *central ou cónica*. Presta atenção nesta figura que acabomos de mostrar.



As linhas projectantes têm origem num ponto O, situado a uma distância finita.

Como você notou as linhas projectantes têm origem num ponto O, situado a uma distância do nosso alcance. Até agorar você está a caminhar muito bem. Vejamos outro sistema de projecção.

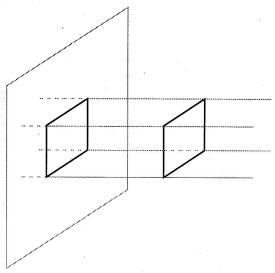
Formatted: Font: Not Bold

Formatted: Font: Not Bold

Sistema de projecção paralela ou cilíndrica

Caro estudante, de acordo com o que aprendeuste no módulo um, duas rectas paralelas são teoricamente concorrentes no infinito. Se as rectas projectantes se cruzam a uma distância infinita em relação

aos planos de projecção, isto é, se as projectantes são paralelas entre si, trata-se do sistema de projecção **paralela ou cilíndrica**.



Sistema de projecção paralela ou cilíndrica

Agora vamos resolver em conjuto uma actividade para medir o seu desempenho no estudo.

Actividades



Actividades

Qual é a diferença entre o sistema de projecção central ou cónica e sistema de projecção paralela ou cilíndrica.

~~R.:~~

Bravo! Você acertou. Estes dois sistemas se distinguem pelo facto de a projecção cónica ou central ter o seu ponto de observação a uma distância finita, enquanto que a projecção cilíndrica as rectas projectantes são paralelas entre si.

Sendo você o estudante mais dinâmico e com vontade de aprender sempre, então vamos tratar de métodos de representação.

Métodos de representação

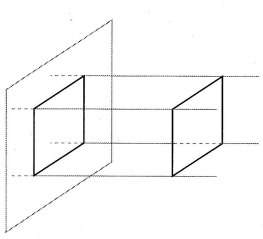
Conforme o que nos referimos na introdução desta lição, o nosso estudo ao nível de todo segundo ciclo do ensino secundário geral estará circunscrito ao sistema de projecção paralela ou cilíndrica.

Neste sistema, como já se disse, as rectas projectantes são paralelas entre si. Como é do seu conhecimento, querido estudante, estas projectantes têm o ponto de observação a uma distância infinita

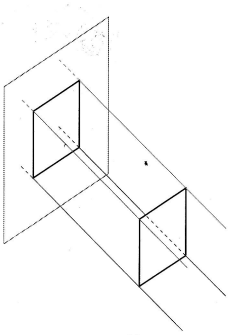
Das três variáveis considerados na projecção de objectos no sistema de projecção cilíndrica a segunda diz respeito a *projecção ortogonal* e a *projecção oblíqua*.

Projecção ortogonal e oblíqua

Quando as rectas projectantes forem perpendiculares ao plano de projecção diz-se que a projecção é ortogonal e, quando as projectantes forem oblíqua em relação ao plano de projecção trata-se de projecção oblíqua. Entendeu? Caso contrário, aprecie as figuras abaixo.



Projecção ortogonal



Projecção oblíqua

O que você achou das figuras acima, ainda continua com dúvidas? Acreditamos que não. Então, vamos prossiguir com o nosso estudo.

A terceira variável a considerar quando se fala de projecções de objectos diz respeito ao subsistema de projecção ortogonal, que por sua vez se subdivide em várias representações consoante o número de planos de projecção que no mínimo pode ser um e no máximo podem ser seis planos.

As representações que usam apenas um plano de projecção são as *perspectivas axonométricas* e o método de *projecções cotadas*.

A representação que usa dois planos de projecção é o princípio estruturante da geometria descritiva, inventada por Gaspard Monge, que consiste em projectar objectos sobre dois planos de projecção perpendiculares entre si, mais conhecida por *dupla projecção ortogonal*.

O subsistema de projecção oblíqua subdivide-se em duas perspectivas axonométricas nomeadamente *perspectiva cavaleira* e *perspectiva militar* que igualmente usam apenas um único plano de projecção.

Caro estudante, na 9ª classe tiveste uma oportunidade de falar sobre esse sistema de projecções e certamente, você ainda se recorda do esquema que se segue, que resume o que acabamos de abordar:

	Sistema	Subsistema	representações	Nº de planos de projecção
Projecção	***Paralela ou cilíndrica***	*Ortogonal*	Projecções cotadas	1
			Perspectiva Isométrica	1
			Perspectiva Dimétrica	1
			Perspectiva Anisométrica	1
			Dupla Projecção Ortogonal	2
			Múltipla Projecção Ortogonal	Mais de 2
		Oblíqua	Perspectiva Cavaleira	1
			Perspectiva Militar	1
	Cónica ou central	.....	Perspectiva Cónica ou linear	1

Através desta representação esquemática podemos muito facilmente visualizar todo o sistema de projecções e perceber como ele se subdivide.

Aplicação prática dos vários tipos de representação

Os diferentes tipos de representação que constam do quadro que acabamos de ver, têm cada um deles aplicação específica e entre elas se complementam, isto é, por exemplo, no desenvolvimento de um projecto de um edifício o arquitecto pode precisar de muitas dessas representações de modo a responder à variadas necessidades.

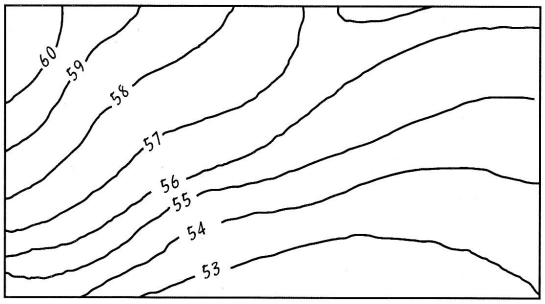
Vejamos em quê é que algumas das representações são aplicadas num projecto de um edifício.

Projecções cotadas

Este método apresenta realidades tridimensionais num único plano, ou seja a realidade tridimensional é representada de forma bidimensional, sendo que a terceira dimensão é indica por valores numéricos que se denominam *cotas*, daí a designação projecções "*cotadas*".

Quando um arquitecto pretende implantar um edifício, antes da construção deve fazer o estudo do terreno onde será implantado o

edifício. Esse estudo baseia-se nas projecções cotadas que lhe permitem estudar a morfologia do terreno.



Projeccão cotada: método que recorre a uma única projecção na representação de curvas de nível e respectivas cotas.

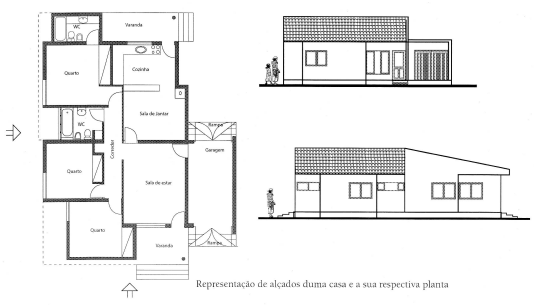
Múltipla projecção ortogonal

Certamente já tiveste várias ocasiões de observar as projecções duma casa, aquilo que vulgarmente se denomina plana duma casa. Estas projecções apresentam as diferentes vistas (alçados) da casa e os cortes, antes mesmo da própria construção. Trata-se dum projecto inicial que muitas das vezes tem que ser apresentado ao concelho municipal para a sua aprovação que autoriza o início da construção.

Como pode ter percebido, as diferentes vistas da casa resultam das suas projecções sobre planos de projecção, que são cinco sendo quatro laterais e um de cima.

Na 9ª classe resolveste vários exercícios de representação das vistas de um objecto.

O método das projecções cotadas é insuficiente para fornecer este tipo de informação.

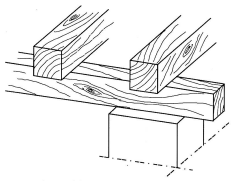


Representação de alçados duma casa e a sua respectiva planta

Perspectivas axonométricas

Como é do teu conhecimento as perspectivas axonómetricas compreendem as representações *isométrica, dimétrica, anisométrica, cavaleira ou militar*, que podem ser usadas para clarificar certos pormenores que na múltipla projecção ortogonal não se percebem claramente.

Apesar facilitar um pouco mais a percepção visual do objecto desenhado, comparativamente com a múltipla projecção ortogonal, ainda se distância do aspecto gráfico da percepção visual real do objecto.



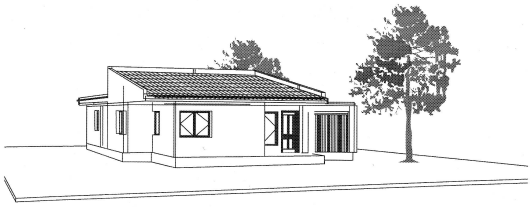
Parte dum edifício em perspectiva dimétrica

Perspectiva cónica

Na 9ª classe tiveste várias oportunidades de resolver exercícios de projecção das vistas de um objecto para a posterior representação em perspectiva cónica.

É a representação mais próxima da realidade, que dá a mesma ideia que temos quando se trata de uma fotografia. É de extrema importância pois permite que antes mesmo da construção do edifício, o dono possa ter ideia de como ela será.

Como dissemos anteriormente, cada uma das representações tem a sua aplicação específica e entre elas se complementam, ou seja a perspectiva cónica por si só não resolve o problema de uma edificação.



Uma casa em perspectiva cónica

Actividades



Actividades

Mencione uma das aplicações práticas da representação de múltipla projecção ortogonal.

R: A múltipla projecção ortogonal aplica-se durante todo o processo de elaboração de um projecto de construção civil, em plantas, cortes e alçados.

Projecção ortogonal

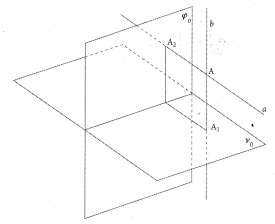
O nosso estudo de geometria descritiva desenvolver-se-á exclusivamente ao subsistema de projecção ortogonal com maior profundidade à *Dupla Projecção Ortogonal*.

O método da dupla projecção ortogonal é também conhecido por *sistema de monge*. Consiste em projectar objectos sobre dois planos perpendiculares entre si, através de rectas projectantes também perpendiculares entre si e perpendiculares aos planos de projecção.

A recta que determina a projecção vertical dum ponto denomina-se *projectante vertical* e a que determina a projecção horizontal chama-se *projectante horizontal*.

Através do método de *Monge* é possível encontrar a localização exacta de um ponto no espaço.

Aconselhámos-te desde já a familiarizar-se com os termos utilizados, relacionando-os não só com o que designam, como também com o que as ilustrações forem dando a ver.



Rectas projectantes:
a – projectante horizontal do ponto A.
b – projectante Frontal do ponto A.

Planos Ortogonais de Projecção

Planos Ortogonais de Projecção são dois planos perpendiculares entre si, sendo um em posição vertical ou frontal que se designa por *plano frontal de projecção* ou *plano vertical de projecção* e representa-se por φ_0 (fi zero)

O segundo plano de projecção, perpendicular ao plano frontal de projecção toma a posição horizontal designa-se por *plano horizontal de projecção* e representa-se por ν_0 (niu zero).

Recorde-se que um plano é representado por uma letra minúscula do alfabeto grego. φ (fi) e ν (niu) são duas das vinte e seis letras minúsculas do alfabeto grego e são precedidas por índice zero (φ_0 e ν_0) porque as contagens das mediadas são feitas a partir deles.

O plano frontal de projecção ao se intersectar com o plano horizontal de projecção originam uma linha, *linha de terra*, que é representada por *LT*, que divide cada um dos planos de projecção em dois semi-planos, nomeadamente:

- Semi-plano Horizontal Anterior (SPHA)
- Semi-plano Horizontal Posterior (SPHP)
- Semi-plano Frontal Superior (SPFS)
- Semi-plano Frontal Inferior (SPFI)

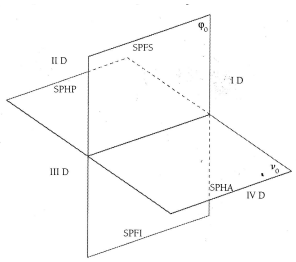
Os dois planos de projecção dividem o espaço em quatro diedros rectos designadamente:

1. *Primeiro Diedro de Projecção (ID*) limitado pelos Semi-planos Horizontal Anterior e Frontal Superior (SPFS);

2. *Segundo Diedro de Projecção (IID)* limitado pelos Semi-planos Horizontal Posterior e Frontal Superior;

3. *Terceiro Diedro de Projecção (IIID)* limitado pelos Semi-plano Horizontal Posterior e Frontal Inferior; e

4. *Quarto Diedro de Projecção (IVD)* limitado pelos Semi-planos Horizontal Anterior e frontal Inferior



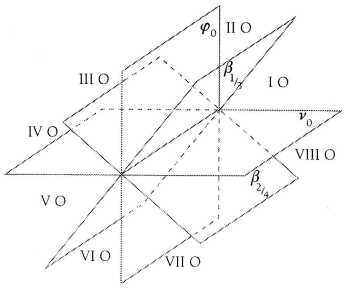
Planos Ortogonais de Projecção

Subdivisão dos diedros de projecção em Octantes

Com o intuito de estabelecer maior precisão na localização dos pontos no espaço, são considerados mais dois planos que também se intersectam na linha de terra e que tornam o espaço dividido em oito partes, chamados *Octantes*. A palavra octante resulta da palavra oito.

Porque esses planos dividem cada um dos octantes em duas partes iguais são chamados planos bissectores sendo representados pela letra β.

Ao plano que atravessa o I e o III diedros de projecção, designa-se por *plano bissector dos diedros de projecção impares* representado por β_{13} (beta um-três) e o que atravessa o II e o IV diedros designa-se por *plano bissector dos diedros de projecção pares* ou simplesmente β_{24} (beta dois-quatro).



Octantes

Resumo da unidade

Resumo

Nesta lição vimos o sistema de projeccão que é dividido em dois subsistemas que estes por sua vez se suddividem em em perspectivas axonométricas (Isométrica, Dimétrica, Anisométrica, Cavaleira ou Militar) e projecções.

Vimos a aplicação prática dos vários tipos de representações particularmente na concepção de projectos de construção civil.

Por fim iniciou-se o estudo da representação que constitui a essência dos conteúdos que serão abordados ao longo do segundo ciclo do Ensino secundário Geral, nesta disciplina, nomeadamente a ***Dupla Projecção Ortogonal*** ou simplesmente ***Sistema do Monge***, que foi desenvolvido pelo professor francês Gaspard Mongen no tempo da revolução francesa, finais do século XVIII.

Actividades

Activiadades

Em quê é que consiste o sistema da dupla projecção ortogonal?

R: O sistema da dupla projecção ortogonal ou sistema de monge, consiste em recorrer a dois planos de projecção e utilizar projecções ortogonais em relação a esses dois planos, daí a designação de *"dupla"* projecção ortogonal

Avaliação



Avaliação

1. Em que áreas de resolução de problemas concretos irás aplicar os conhecimentos que vais adquirir nas projecções ortogonais?
2. Porque é que o sistema de dupla projecção ortogonal também é chamado sistema de Monge?
3. Desenhe os planos ortogonais de projecção incluindo os planos bissectores e faça a respectiva legenda indicando as designações de todos os elementos e espaços aí existentes.

Agora compare as tuas respostas com as que te demos no final deste módulo. Boa sorte.

Lição 3

Representação do ponto

Introdução

Para efectuar as projecções dum ponto a uma série de requisitos que deverão ser do teu domínio. Nesta lição vais aprender como se efectuam as projecções dum ponto nos planos ortogonais de projecção e como é feita a sua representação no plano do desenho.

Terás oportunidade de compreender que dependendo do lugar geométrico da localização dum ponto, as suas coordenadas variam.

Desejamos-te desde já muita atenção pois o sucesso em cada passo que vais dar determina o sucesso de todos os passos subsequentes.

Bom estudo!



Objectivos

Ao concluir esta lição você será capaz de:

Representar as projecções do ponto no sistema de representação diedrica.

Comparar as projecções dum ponto nos planos ortogonais de projecção com as suas projecções no plano de desenho

Relacionar as coordenadas dum ponto.

Coordenadas dum ponto

De acordo com o que aprendeste no primeiro módulo, um ponto é representado por uma letra maiúscula do alfabeto latino, por exemplo, ponto **A**.

Coordenadas de um ponto no espaço é a sua localização em relação a determinados referenciais.

Para a sua definição das coordenadas dum ponto no espaço serão considerados como referenciais, o plano frontal de projecção (φ_0), o plano horizontal de projecção (ν_0) e um plano π_0, auxiliar, perpendicular aos dois planos ortogonais de projecção. O índice zero de cada um dos três planos que acabamos de citar como

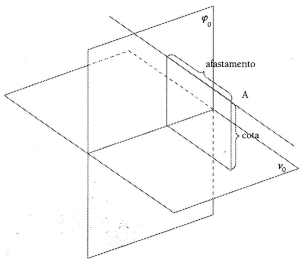
referencias, indica o lugar geométrico a partir do qual se iniciam as contagens.

A distância de separação dum ponto no espaço ao plano frontal de projecção, denomina-se *afastamento* e a distância de separação dum ponto no espaço ao plano horizontal de projecção, chama-se *cota* ou *altura*.

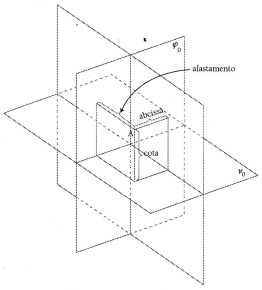
A distância de um ponto ao plano π_0 auxiliar, simultaneamente perpendicular a φ_0 e ν_0, denomina-se *abcissa* ou *largura*.

A localização dum ponto no espaço é suficientemente definida pelas suas três coordenadas, nomeadamente abcissa, afastamento e cota. Essas coordenadas deverão ser indicadas sempre nesta ordem e representam se da seguinte maneira:

A (x; y; z) onde **x**, representa a abcissa, **y** o afastamento, e **z** a cota.



Afastamento e cota



Afastamento, cota e abcissa.

Actividades



Actividades

1. Que coordenadas dum ponto conheces?
2. Qual é a ordem em que deverão ser apresentadas as coordenadas de um ponto?

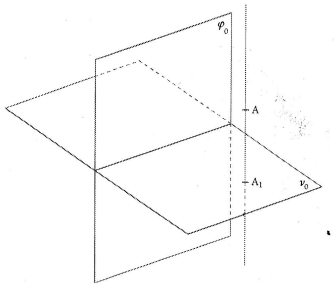
Respostas:

1. As coordenadas dum ponto que conheço são: abcissa ou largura, afastamento e altura ou cota.
2. As coordenas dum ponto deverão ser apresentados na seguinte ordem: largura, afastamento e altura.

Projecções dum ponto no plano do desenho

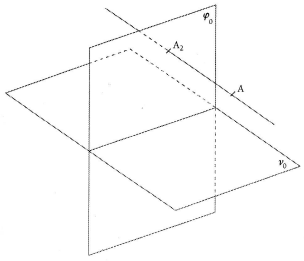
Como já é do seu conhecimento, as projecções de um ponto se efectuam fazendo passar por ele rectas projectantes que, ao intersectarem os planos de projecção determinam as projecções desse ponto. Recorde-se que as rectas projectantes no sistema de dupla projecção ortogonal são perpendiculares aos planos ortogonais de projecção.

A projecção horizontal dum ponto resulta da intersecção da projectante horizontal desse ponto com o plano horizontal de projecção e representa-se por uma letra maiúscula do alfabeto latino, precedida pelo índice 1, por exemplo, $\mathbf{A_1}$.



Projecção horizontal do ponto A.

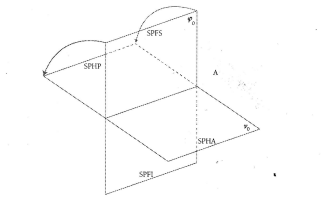
Fazendo passar por um ponto no espaço, uma recta perpendicular ao plano frontal de projecção, projectante vertical, na intersecção com esse plano obtém-se a projecção frontal do ponto, que é representada por uma letra maiúscula do alfabeto latino, precedida pelo índice 2, por exemplo $\mathbf{A_2}$.



Projecção frontal do ponto A.

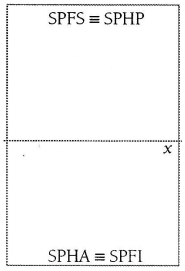
A maneira como se apresentam os planos de projecção não é prática, isto é, não é prática para a execução normal de um desenho, uma vez que só é possível desenhar comodamente sobre um único plano, por exemplo no quadro da sala de aulas ou numa folha de papel sobre um estirador ou uma carteira.

De modo a que se possa trabalhar comodamente, procede-se ao *rebatimento*, ou seja, girar um dos plano ortogonais de projecção sobre outro, de modo a que os dois fiquem coincidentes. Esse rebatimeno deve ser efectuado num sentido que faça com que o semi-plano frontal superior coincida com o semi-plano horizontal posterior e consequentemente o semi-plano frontal inferior vai coincidir com o semi-plano horizontal anterior.



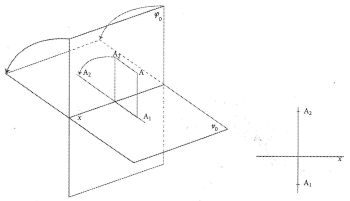
Rebatimento do plano frontal ou horizontal.

Uma vez efectuado o rebatimento coloca-se o plano na posição em que o semi-plano frontal superior e o semi-plano horizontal posterior fiquem para cima da linha de terra e o semi-plano frontal inferior e o semi-plano horizontal anterior fiquem para baixo da linha de terra ou eixo **x**. A esse plano denomina-se plano do desenho.

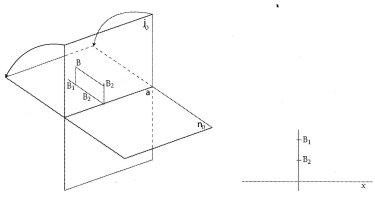


Plano do desenho

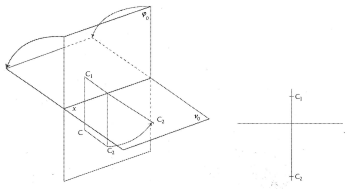
Com os planos de projecção giram as projecções dos pontos neles contidos. Na figura que se segue mostramos-te as projecções, nos planos ortogonais de projecção, dos pontos **A**, **B**, **C** e **D** situados no primeiro, no segundo, no terceiro e no quarto diedros respectivamente, e a representação das projecções dos mesmos pontos no plano do desenho.



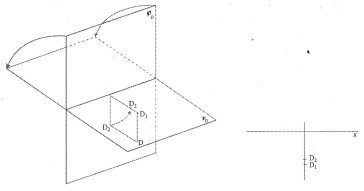
Projecção dum ponto situado no I diedro



Projecção dum ponto situado no II diedro



Projecção dum ponto situado no III diedro.

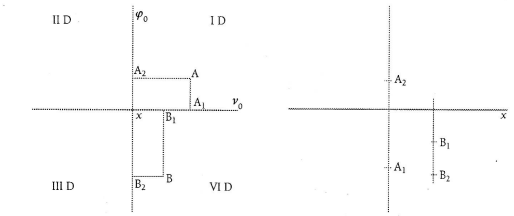


Projecção dum ponto situado no IV diedro.

Como pode observar nas imagens acima, as duas projecções no plano do desenho estão ligadas através duma linha perpendicular ao eixo **x**, que se chama *linha de referência* ou *linha de chamada.*

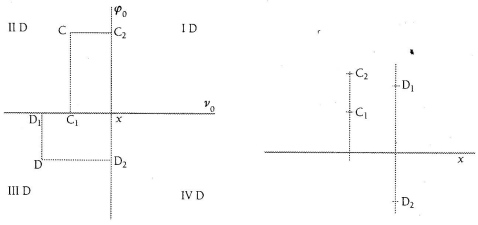
Os planor ortogonais de projecção podem tomar várias posições (mantendo o plano frontal na posição vertical e o horizontal na posição horizontal), entre elas a de perfil, que os visualiza em forma de uma cruz. Para compreender se as cotas e os afastamentos são positivos ou negativos, a posição de perfil dos planos de projecção é facilitadora.

Assim todos os pontos situados à direita de φ_0 têm afastamento positivo. No plano do desenho, a projecção horizontal desses pontos situa-se para baixo do eixo **x**, ou seja no semi-plano horizontal anterior.



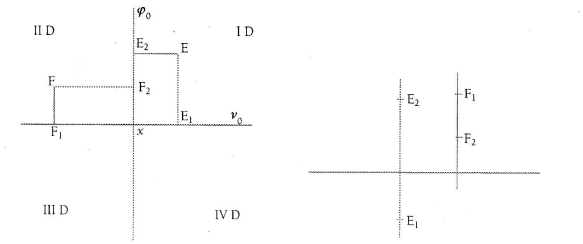
Projecção horizontal de pontos com afastamento positivo.

Todos os pontos no espaço situados à esquerda de φ_0 em perfil, têm afastamentos negativos e no plano do desenho, as suas projecções horizontais situam-se para cima do eixo **x**, isto é, no semi-plano horizontal posterior.



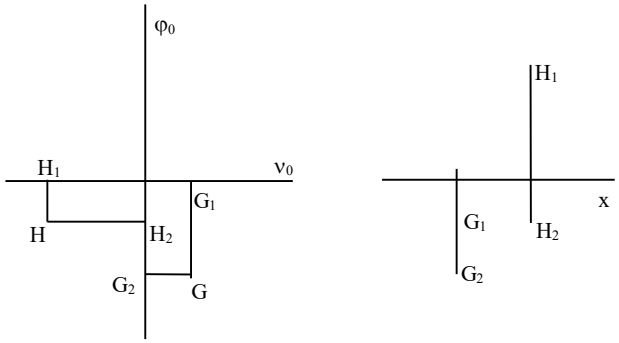
Projecção horizontal de pontos com afastamentos negativos.

Têm cota positiva, todos os pontos que situam para cima de ν_0 de projecção. Suas projecções frontais situam-se no semi-plano frontal superior e no consequentemente no plano do desenho localizam-se para cima do eixo **x**.



Projecção frontal de pontos com cota positiva.

Finalmente, os pontos cuja projecção frontal situa-se no semi-plano frontal inferior têm cota negativa e localizam-se abaixo de ν_0 (plano horizontal de projecção). No plano do desenho, suas projecções frontais ficam acima do eixo **x**.



Projecção frontal dos pontos situados abaixo de ν_0

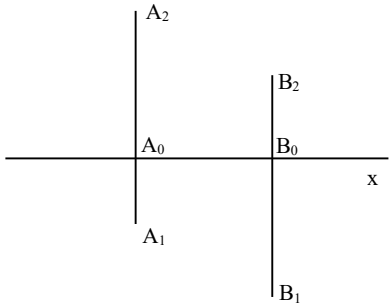
Duma forma esquemática, resumiremos o que acabamos de abordar da seuinte forma :

	Afastamento	**Cota ou altura**
I Diedro de projecção	+	+
II Diedro de projecção	-	+
III Diedro de projecção	-	-
IV Diedro de projecção	+	-

Relativamente às abcissas convem que tenhamos os planos ortogonais de projecção na posição de três quartos, e colocarmos o plano auxiliar π_0, perpendicular a φ_0 e a ν_0.

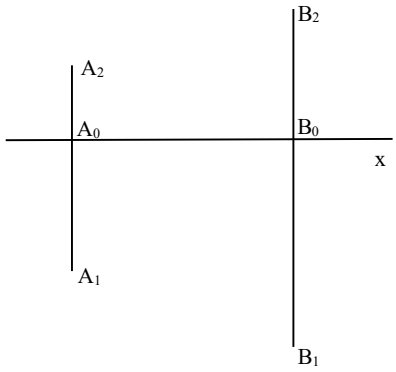
A abcissa é um dado importante quando se representam dois pontos ou mais permitindo definir a distância entre eles ao longo do eixo **x**.

No eixo **x**, poderão ser marcadas as abcissas designado o ponto com o índice zero, por exemplo, A_0, B_0, C_0, etc.



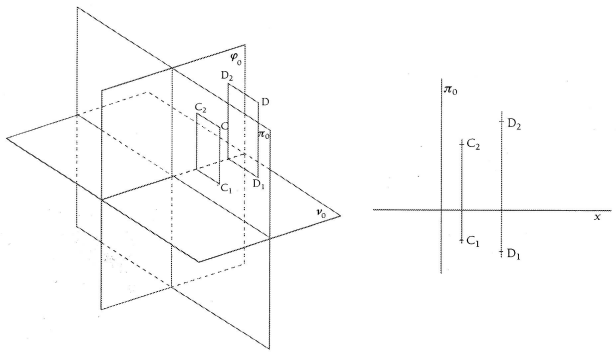
Conforme o que se disse anteriormente, quando se indicam as três coordenadas dum ponto, a abcissa é o primeiro valor, seguida de afastamento e cota.

Caso sejam indicadas apenas duas coordenadas, o afastamento é o primeiro valor e a cota o último, por exempo, **A** (6 ; 7), **B** (3 ; 2). Nesses casos, se for necessário indicar o valor da abcissa apresenta-se da seguinte maneira : $A_0B_0 = 8$ cm, estando **B** a esquerda de **A**. este é apenas um exemplo dos pontos **A** e **B,** veja como eles se representam no plano do desenho.



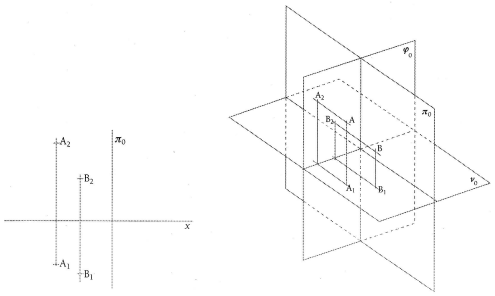
O plano π_0 atrás referido não é um plano de projecção mas apenas um plano de referência zero para as abcissas.

Deste modo, terão abcissa positiva todos os pontos situados a direita do plano π_0, tanto nos planos de projecção quanto as suas projecções no plano de desenho.



Pontos com abcissa positiva

Todos os pontos situados à esquerda do plano π_0 têm abcissa negativa. No plano do desenho as suas projecções também se situam à esquerda do mesmo plano



Pontos com abcissa negativa.

Resumo da lição



Resumo

Nesta lição tu aprendeste a forma como se efectuam as projecções dum ponto nos planos ortogonais de projecção, bem como as designações de cada uma das projecções, letra maiúscula do alfabeto latino com índice 2, para a projecção frontal e com índice 1 para a projecção horizontal.

Também vimos como é que se representam as projecções dum ponto no plano do desenho, partindo das projecções ortogonais nos planos ortogonais de projecção

Falamos sobre as coordenadas dum ponto que são dados que permitem a sua localização no espaço e que são variáveis.

Actividades



Actividades

1. Qual é o sentido deverão tomar os planos deverão tomar no rebatimento?
2. Depois do rebatimento, temos o plano do desenho. Qual deverá ser a posição dos semi-planos em relação ao eixo **x**, no plano do desenho?
3. No plano do desenhos, onde se situam as projecções frontais do pontos de cota negativa?
4. Em que semi-plano se situam as projecções horizontais dos pontos localizados no primeiro diedro?

Respostas:

1. O sentido do rebatimento dos planos ortogonais de projecção tem que ser de modo que o semi-plano frontal superior coincida com o semi-plano horizontal posterior e o semi-plano horizontal anterior com o semi-plano frontal inferior.
2. No plano do desenho a posição dos semi-planos em relação ao eixo **x** deverá ser a seguinte: o semi-plano frontal superior e o semi-plano horizontal posterior ficam para cima do eixo **x** o que faz com que o semi-plano frontal inferior e o semi-plano horizontal anterior fiquem para baixo do eixo **x**.
3. No plano do desenho, as projecções frontais dos pontos de cota negativa situam-se para baixo do eixo **x**.
4. Os pontos localizados no primeiro diedro têm as suas projecções horizontais abaixo do eixo **x.**

Avaliação



Avaliação

1. Assinale com ✓ a resposta certa para frase seguinte:

A ordem que as coordenadas de um ponto deve apresentar é a seguinte:

a) afastamento, cota e abcissa; _____

b) abcissa, cota e afastamento; _____

c) abcissa, afastamento e cota; _____

d) cota, abcissa e afastamento; _____

e) afastamento, abcissa e cota. _____

2. Usando as palavras "*positivo"* e *"negativo"*, preencha os espaços em branco.

Os pontos situados no primeiro diedro têm cota _____ e afastamento _____. Os pontos situados no quarto diedro têm afastamento _____ e cota _____ .

3. Assinale com um ✓ as afirmações correctas:

a) Os pontos com afastamento negativo têm a sua projecção horizontal abaixo do eixo **x**. _____

b) As projecções horizontais que se apresentam abaixo do eixo **x**, são de pontos situados no primeiro diedro. _____

c) Qualquer ponto com a projecção horizontal acima do eixo **x** pertence ao segundo diedro. _____

d) Os pontos, cujas projecções frontais se situam para cima do eixo **x**, pertencem ao primeiro diedro. _____

e) As projecções frontais situados acima do eixo **x** são de pontos de cota positiva. _____

f) Todos os pontos com a projecção frontal abaixo do eixo **x** têm afastamento negativo. _____

Os pontos, cujas projecções frontais se situam para baixo do eixo **x**, pertencem cota positiva. _____

As respostas encontrá-los-ás no final deste módulo.

Lição 4

Alfabeto do ponto

Introdução

Alfabeto do ponto são as diferentes posições que um ponto pode tomar no espaço ou seja as características da sua situação em relação aos planos de projecção.

Existem dezassete lugares geométricos em que os pontos situados em cada um deles apresentam características comuns.

É sobre as características que os pontos apresentam nos diferentes lugares geométricos que nos deteremos nesta lição.



Objectivos

Ao concluir esta lição você será capaz de:

Identificar o lugar geométrico dum ponto com base nas suas projecções

Representar nos planos de projecções, as projecções do ponto de acordo com as suas coordenadas.

Indentificar a localização dum ponto no espaço a partir das suas coordenadas

Representar um ponto pelas suas projecções, no plano do desenho, a partir das suas projecções nos planos ortogonais de projecção.

Representar um ponto pelas suas projecções, no plano do desenho, a partir das suas coordenadas

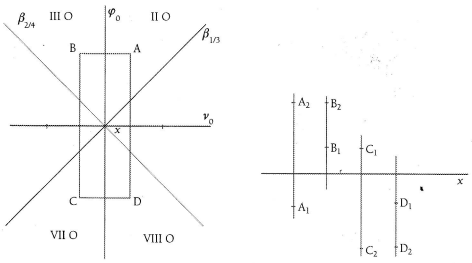
Alfabeto do Ponto

Alfabeto do ponto refere-se às diferentes posições que um ponto pode tomar no espaço, designadamente, octantes, semi-planos, planos bissectores e eixo **x** ou linha de terra.

Pontos dos octantes

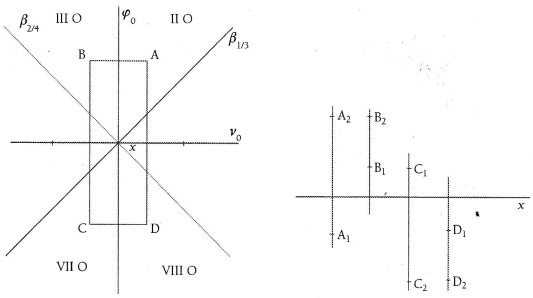
Nos octantes, os pontos têm sempre as suas coordenadas diferentes entre si e diferentes de zero.

Os pontos com cota de maior valor absoluto que o seu afastamento situam-se nos octantes formados pelo plano frontal e pelos planos bessectores, nomeadamente, IIO (ponto A), IIIO (ponto B), VIO (ponto C) e VIIO (ponto D), conforme se pode ver nas figuras que se seguem.



Pontos dos II O, III O, VI O e VII O octantes.

Os pontos pertencentes aos octantes formados pelo plano horizontal e os bissectores têm afastamento de maior valor absoluto que a sua cota, designadamente, IO (ponto E), IVO (ponto F), VO (ponto G e VIIIO (ponto H).



Pontos dos II O, III O, VI O e VII O octantes.

Actividades

Actividades

1. Qual é a característica comum dos pontos situados no terceiro octante.

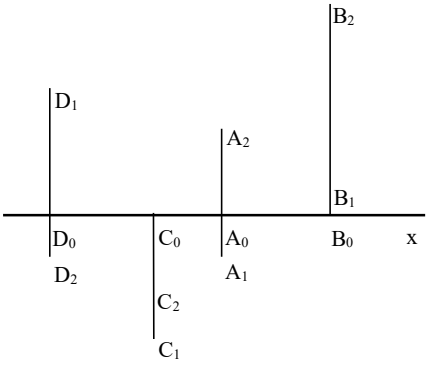
2. Represente pelas suas projecções três pontos **A** (1; 1; 2), **B** (3; -1; 5), **C** (0; 3; -2) e **D** (-2; -3; -1)

   - Identifique os lugares geométricos em estes pontos estão localizados.

Resolução:

1. No terceiro octante a cota dos pontos é positiva e tem maior valor absoluto que o do afastamento que é negativo.

2.



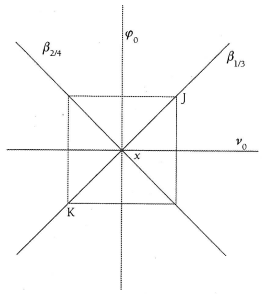
a) o ponto **A** localiza-se no IIO, **B** situa-se no IIIO, **C** situa-se no VIIIO e a localização do ponto **D** é VO.

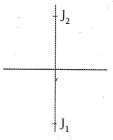
Pontos dos planos bissectores

Os pontos situados nos planos bissectores, no espaço são equidistantes aos planos de projecção, ou seja, o valor absoluto da cota de um ponto é igual ao valor absoluto do afastamento desse ponto.

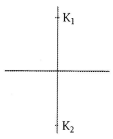
Os pontos do bissector dos diedros de projecção impares, β_{13}, têm cota e afastamento iguais, sendo, como é obvio, no ID positivos e no IIID, negativos. No plano do desenho as suas projecções são

simétricas em relação ao eixo **x**. Compare atentamente no plano do desenho a a diferença da representação dos pontos do β_{13}.



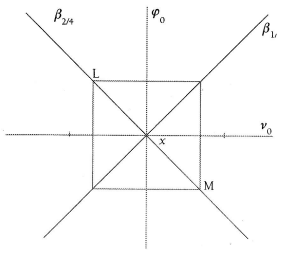


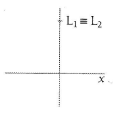
Ponto do $\beta_{1/3}$ no I D.



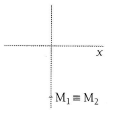
Ponto do $\beta_{1/3}$ no III D.

Os pontos contidos no plano bissector dos diedros de projecção pares, β_{24}, têm o seu afastamento com sinal contrário ao da cota e, as suas projecções são sempre coincidentes, estando no plano do desenho, para cima do eixo **x**, as projecções do ponto do IID e para baixo do eixo **x**, as projecções dos pontos do β_{24} no IVD.





Ponto do $\beta_{2/4}$ no II D.



Ponto do $\beta_{2/4}$ no I V.

Actividades



Actividades

1. Assinale com um ✓ as afirmações correctas:

   a) Os pontos do bissector dos diedros de projecção impares, no terceiro diedro têm cota e afastamento iguais. ___

   b) Qualquer ponto de cota negativa e afastamento positivo, com valores absolutos iguais, pertence ao β_{24}. ____

   c) Os pontos do β_{13}, no plano do desenho, têm as projecções coincidentes. _____

   d) Todos os pontos com afastamento e cota iguais têm no plano do desenho projecções simétricas em relação ao eixo **x**. ____

   e) Todos os pontos do β_{24} têm cota e afastamento simétricos ____

   f) Qualquer ponto cuja projecção horizontal esteja acima do eixo **x** e a sua projecção frontal simétrica à horizontal, pertence a β_{13}, IIID.

   g) Os pontos que têm, no plano do desenho, as projecções coincidentes, pertencem ao β_{24}. ____

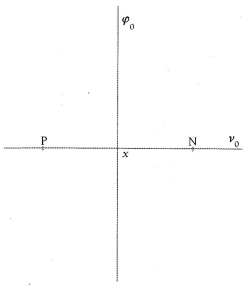
Reposta:

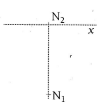
1. Se assinalou a), b), d), e), f) e g), acertou a resposta. Apenas a afirmação da alínea c) é que está incorrecta. Estaria correcta se se tratasse de pontos do β_{24}.

Pontos dos semiplanos

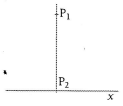
Os pontos situados em semiplanos não pertencem a nenhum diedro de projecção, pois estes planos é que delimitam os diedros e sendo assim são lugares geométricos onde começam as contagens dos valores das cotas e dos afastamentos.

Portanto, os pontos contidos no plano horizontal de projecção têm cota igual a zero, ou seja *cota nula*. Seu afastamento será positivo se estiver no semiplano horizontal anterior, e afastamento negativo se estiver no semiplano horizontal posterior.



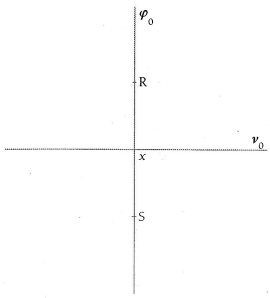


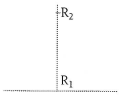
Ponto do semiplano horizontal anterior.



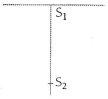
Ponto do semiplano horizontal posterior.

Os ponto do plano frontal de projecção têm *afastamento nulo*. As suas cotas são positivas no semiplano frontal superior e negativas no semiplano frontal inferior.





Ponto do semiplano frontal superior



Ponto do semiplano frontal inferior

Actividades

Actividades

1. Assinale com um ✓ as afirmações correctas:

   a) Qualquer ponto de cota nula e afastamento positivo pertence ao semiplano horizontal anterior. ___

   b) Todos os pontos situados no SPFI têm afastamento nulo e cota positiva. ____

   c) Os pontos do semiplano frontal superior têm afastamento igual a zero e cota positiva. ____

   d) No plano do desenho, se a projecção frontal dum ponto estiver acima do eixo **x** e a projecção horizontal no eixo **x**, esse ponto pertence ao semiplano frontal superior ____

   e) Os pontos com afastamento negativo e cota nula, pertencem ao SPHP. _____

   f) Qualquer ponto que tenha uma das projecções no eixo **x**, pertence a um semiplano. _____

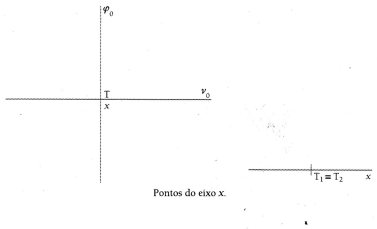
   g) Todos os pontos tenham cota nula e afastamento negativo igual a zero pertencem a um plano frontal.____

Resposta:

a. As alíneas a), c), d), e) e f) é que estão correctas.

Pontos situados no eixo x

O eixo **x** resulta da intersecção dos dois planos de projecção e assim sendo, e o lugar geométrico em que a cota e o afastamento são iguais a zero, são nulos. As duas projecções dos pontos dos pontos situados nesse lugar geométrico são nele coincidentes, ou seja são



Pontos do eixo x.

coincidentes no eixo **x**.

Actividades



Actividades

1. Qual é o afastamento e a cota dum ponto situado no eixo **x**?

Resposta

1. Todo o ponto que esteja localizado no eixo **x** tem afastamento e cota nulos, ou seja, iguais a zero.

Resumo da lição

Resumo

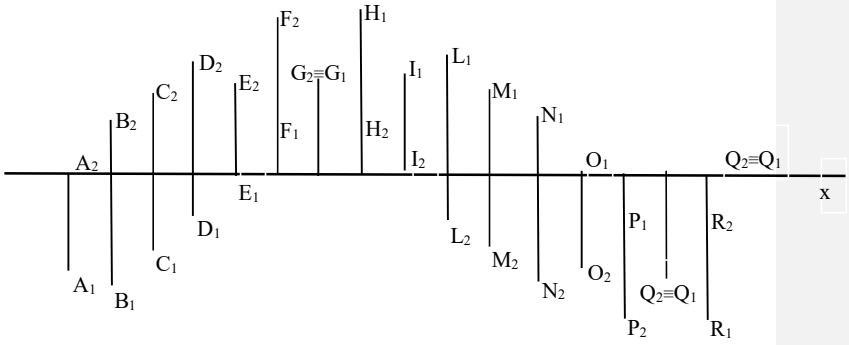
Nesta lição aprendeste o alfabeto do ponto, que são as várias posições que o ponto toma no espaço, nomeadamente, nos octantes, nos planos bissectores, nos semiplanos e no eixo **x**.

Os pontos situados no mesmo lugar geométrico apresentam características comuns, por exemplo, todos os pontos do primeiro octante têm os valores absolutos dos seus afastamentos maiores que os das suas cotas sendo ambos positivos.

A partir das projecções dum ponto no plano do desenho ou a partir das suas coordenadas podemos indicar o lugar geométrico onde esse ponto se situa.

Sendo dando as coordenadas dum ponto pode-se perfeitamente representá-lo através das suas projecções

Veja o quadro resumo do alfabeto do ponto que apresenta as projecções a partir do ponto do primeiro octante dando uma volta até ao semiplano horizontal anterior e terminando no ponto do eixo **x**.



Alfabeto do ponto

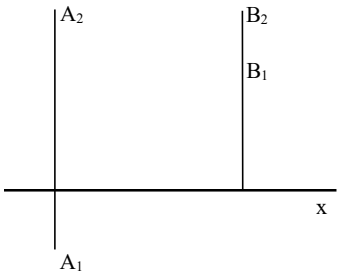
Actividades



Actividades

1. Qual é a característica comum dos pontos situados no quinto octante.
2. Como se chama o lugar geométrico onde todos os pontos têm afastamento nulo e cota negativa.
3. Represente pelas suas projecções os pontos **A** (-2; 1; 3) e **B** (1; -3; 2)

Respostas:

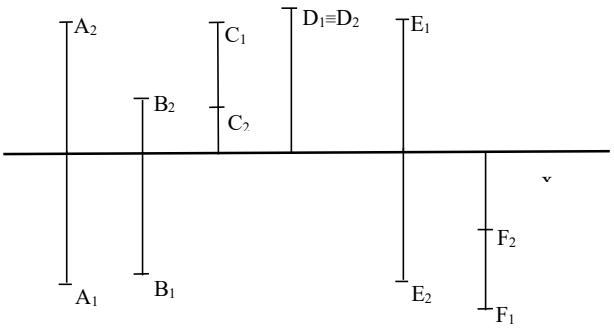
1. Todos os pontos situados no VO caracterizam-se por os valores absolutos dos seus afastamentos serem maiores que os das suas cotas, sendo ambos negativos. No plano do desenho, a projecção horizontal fica acima do eixo **x**, e a frontal abaixo deste.
2. O lugar geométrico onde todos os pontos têm afastamento nulo e cota negativa chama-se semiplano frontal inferior.
3. 

Avaliação

Avaliação

1. Assinale com um ✓ as afirmações verdadeiras:
   - Todos os pontos situados no semiplano horizontal posterior têm afastamento nulo._____
   - O lugar geométrico onde todos os pontos têm afastamento e cota nulos é o eixo **x**. _____
   - Os pontos de afastamentos negativo com menor valor absoluto que a cota positiva, pertencem ao IIIO._____
   - Qualquer ponto que tenha a cota e afastamentos iguais e positivos, pertence ao β_{24}, IID. _____
   - Todos os pontos que tenham, no plano do desenho, as suas projecções simétrica em relação ao eixo **x**, pertencem ao plano bissector dos diedros impares, β_{13}. _____

2. Represente pelas suas projecções os seguintes pontos e diga o lugar geométrico onde cada um deles se localiza: **A** (-3; 0; 3); **B** (0; 2; 0); **C** (1; 2; 1); **D** (2; 1,5; 1,5).
3. Qual é o lugar geométrico dos pontos projectados a seguir nesse plano de desenho?



4. Os pontos **A**, **B**, **C** e **D** pertencem à mesma projectante horizontal que dista 2,5 cm de φ_0. Desenhe as projecções desses pontos sabendo que:
   - **A** é do IVD e pertence a β_{24}.
   - **B** é simétrico a **A** em relação a ν_0.
   - **C** pertence ao plano horizontal de projecção.
   - **D** pertence ao IIO.

5. Três pontos **A**, **B** e **C** estão situados na mesma projectante frontal, tendo cotas positivas. Desenhe as suas projecções dos três pontos sabendo que:

   - **B** tem – 2 cm de afastamento, pertence a β_{24}.
   - **B** é simétrico a **A**, e **C** pertence a φ_0.

Boa sorte

Lição 5

Representação da recta

Introdução

Uma recta pode se definida por dois pontos não coincidentes, um ponto e uma direcção ou intersecção de dois planos. Nesta lição não será considerada a intersecção de dois planos pois ainda não fizemos o estudo sobre esse elemento.

Veremos os pontos notáveis duma recta que são os pontos da sua intersecção comos planos ortogonais de projecção e os planos bissectores.



Objectivos

Ao concluir esta unidade você será capaz de:

Definir a recta através das suas projecções;.

Representar a recta nos planos de projecção.

Relacionar a posição duma recta no espaço com as suas projecções no plano do desenho.

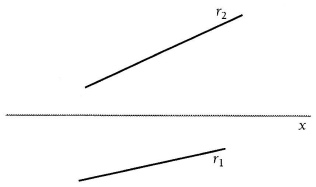
Determinar os traços duma recta

Definição da recta

Dois pontos não coincidentes ou um ponto e uma direcção podem definir uma recta.

Uma recta é designada por uma letra minúscula do alfabeto latino, por exemplo, ***a***, ***f***, ***r***, etc.

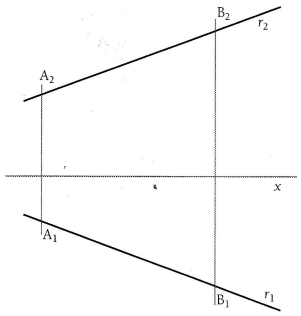
No plano do desenho uma recta é representada pela sua projecção horizontal, que é designada por uma letra minúscula do alfabeto latino com o índice 1, e a sua projecção frontal que é designada pela mesma letra com índice 2 como se pode ver na figura seguinte.



Projecção duma recta.

Dadas as coordenadas dum ponto podemos representar, no plano do desenho, uma determinada recta. Por exemplo determinar as projecções duma recta ***r*** definida pelos pontos **A** (0; 1; 2) e **B** (6; 4; 3).

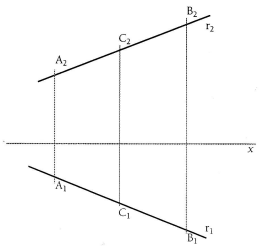
Para resolver este exercício começa-se por representar pelas suas projecções os pontos **A** e **B**. Seguidamente une-se $\mathbf{A_2}$ com $\mathbf{B_2}$ para obter a projecção frontal da recta ***r***, r_2. Para se obter a projecção horizontal da recta, r_1, unem-se as projecções horizontais dos pontos, $\mathbf{A_1}$ com $\mathbf{B_1}$. Assim já estão feitas as projecções da recta ***r***.



Projecção duma recta sendo conhecidos os pontos que a definem.

Como se pode ver os pontos **A** e **B**, porque definem a recta ***r***, estão nela contidos, logo esses pontos são pontos da recta ***r***. Tal como esses pontos pode-se obter outros pontos da recta ***r***.

Um ponto pertence a uma recta se a recta passa por ele, ou seja, se a sua projecção frontal estiver sobre a projecção frontal da recta e a sua projecção horizontal estiver sobre a projecção do mesmo nome da recta, por exemplo o ponto **C**.



Ponto C, pertencente à recta **r**.

Actividades



Actividades

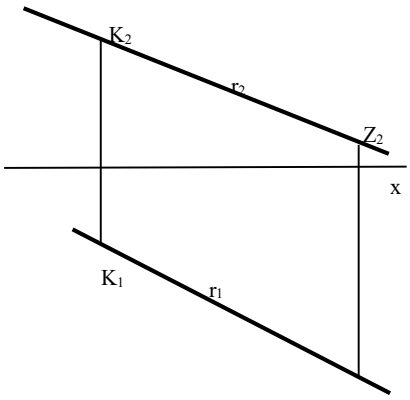
1. Desenhe as projecções da recta ***r*** definida pelos pontos **K** (-1; 2; 3) e **Z** (5; 5; 0,5).

2. Represente pelas suas projecções uma recta ***n***, definida pelo ponto **A** (2; 2,5) e a sua direcção. A projecção frontal da recta é paralela ao eixo **x** e a projecção horizontal faz um ângulo de 45º com o eixo **x** de abertura para a direita.

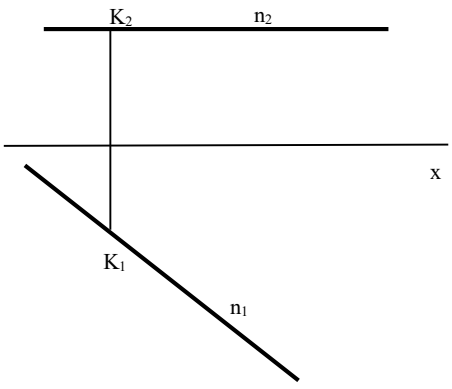
3. Desenhe as projecções do ponto **X**, qualquer, contido numa recta ***b*** definida pelos pontos **C** (0; 4; 3) e **D** (6; 0,5; 1,5).

Resolução:

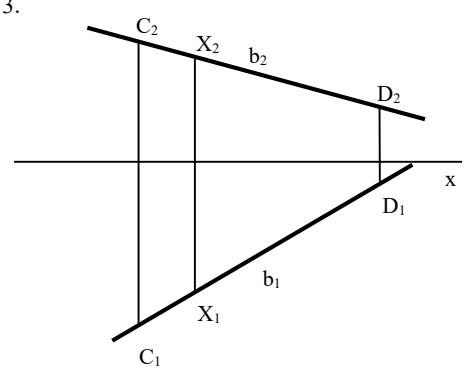
1.



2.



3.



Traços da recta (pontos notáveis da recta)

Uma recta é constituída por uma infinidade de pontos que segue a mesma direcção e não tem limites. Assim sendo, diferentemente do ponto, a recta pode ocupar simultaneamente vários lugares geométricos, ou um único excepcionalmente quando a recta]e paralela aos dois planos de projecção.

Ao atravessar dum lugar geométrico para outro, a recta intersecta os planos de projecção e os planos bissectores, originando pontos. A esses pontos de intersecção duma recta com os planos de projecção ou planos bissectores, chamam-se *traços da recta*.

Assim uma recta poderá ter traço frontal, traço horizontal, traço no β_{13} e traço no β_{24}, e são considerados pontos notáveis duma recta.

Traço frontal ou traço vertical (V)

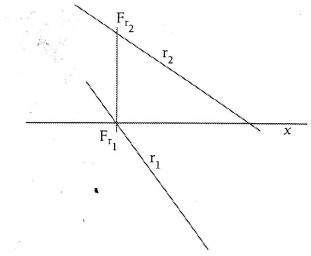
É o ponto de intersecção duma recta com o plano frontal de projecção, designa-se pela letra **V**, seguida pelo índice que designa a recta, por exemplo, se se tratar duma recta ***r*** ou ***f***, a designação do seu traço vertical seria por conseguinte $\mathbf{V_r}$ **ou** $\mathbf{V_f}$, respectivamente.

Por se tratar dum ponto de φ_0, o seu afastamento é nulo, isto é, é o ponto da recta com afastamento igual a zero.

No plano do desenho, a projecção horizontal do traço frontal duma recta, situa-se no ponto de intersecção da projecção horizontal da recta com o eixo **x**, e designa-se $\mathbf{V_{r1}}$, se se tratar duma recta ***r***.

A projecção frontal do traço frontal da recta ***r***, situa-se na intersecção da linha de chamada de $\mathbf{V_{r1}}$ com a projecção frontal da recta e designa-se $\mathbf{V_{r2}}$.

Portanto, o traço frontal de qualquer recta localiza-se a partir da projecção horizontal dessa recta.



Traço frontal da recta ***r***.

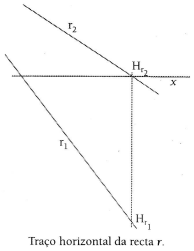
Traço Horizontal (H)

É o ponto de intersecção duma recta com ν_0, ou seja, é o ponto duma recta com cota nula.

Designa-se pela letra **H**, seguida dum índice que designa a recta que determina esse traço, por exemplo, $\mathbf{H_r}$, para o caso em que a recta é ***r***.

No plano do desenho, localiza-se a partir do ponto de intersecção da projecção frontal da recta com o eixo **x**, projecção frontal do traço horizontal da recta, $\mathbf{H_{a2}}$**, se se tratar da recta** ***a*****.**

A projecção horizontal da recta obtem-se no ponto de intersecção da linha de chamada que passa por $\mathbf{H_{a2}}$ com a projecção horizontal da recta ***a***.



Traço horizontal da recta ***r***.

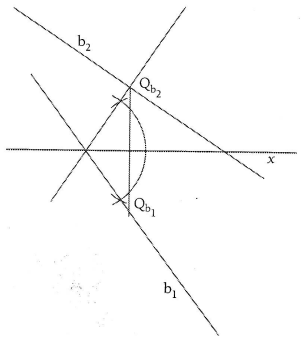
Traço do β_{13}

Por convenção esse traço designa-se pela letra **Q**, e tal como nos traços dos planos de projecção, nomeadamente, **V** e **H**, é precedida pela nome da recta, por exemplo $\mathbf{Q_b}$. Esse traço resulta da intersecção da recta com o plano bissector um três (β_{13}), logo, é o ponto da recta com cota e afastamento iguais.

Como é do teu conhecimento, o traço em β_{13}, por se tratar dum ponto de β_{13}, no plano do desenho as suas projecções são sempre simétricas em relação ao eixo **x**.

O traço em β_{13}, no plano do desenho, obtêm-se traçando uma recta auxiliar, simétrica a uma das projecções da recta, que se marca a partir do ponto em que essa projecção intersecta o eixo **x**. O ponto de intersecção da recta auxiliar com a outra projecção da recta, é uma das projecções do traço **Q**.

Fazendo passar pela primeira projecção de **Q**, uma linha de chamada, ao se intersectar com a projecção da recta simétrica à linha auxiliar determina a outra projecção do traço em β_{13}.



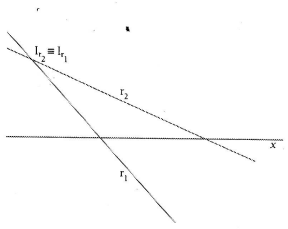
Traço no $\beta_{1/3}$.

Traço do β_{24}

É o ponto de intersecção duma recta com β_{13}, ou seja, o ponto duma recta com cota e afastamento simétricos, isto é, se a cota for igual a 1 cm, por exemplo, o afastamento será igual a –1 cm.

Este traço é designado pela letra **I**, no plano do desenho, as suas projecções são sempre coincidentes, conforme nos referimos quando falamos dos pontos situados no plano bissector dos diedros de projecção pares.

No plano do desenho, as suas projecções localizam-se no ponto em que as duas projecções da recta se intersecta. A sua obtenção é muito mais simples comparativamente a do traço em β_{24}.



Traço no $\beta_{2/4}$.

Actividades

Actividades

1. Determine as projecções duma recta definida pelos pontos **A (**0; 1,5; 4) e **B** (4,5; – 5; – 2).

   a) Determine os traços da recta nos planos de projecção.

2. Represente pelas suas projecções uma recta ***s*** definida pelos pontos **E** e **F**, sabendo que as suas coordenadas são as seguintes: **C** (8; 4,5; 5), **D** (3; 0,5; 2)

   a) Determine o ponto de cota nula da recta.

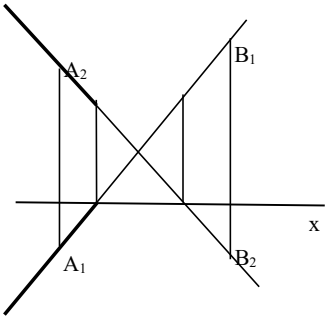
   b) Determine o ponto de afastamento nulo.

   c) Determine o ponto de intersecção da recta com o β_{13}.

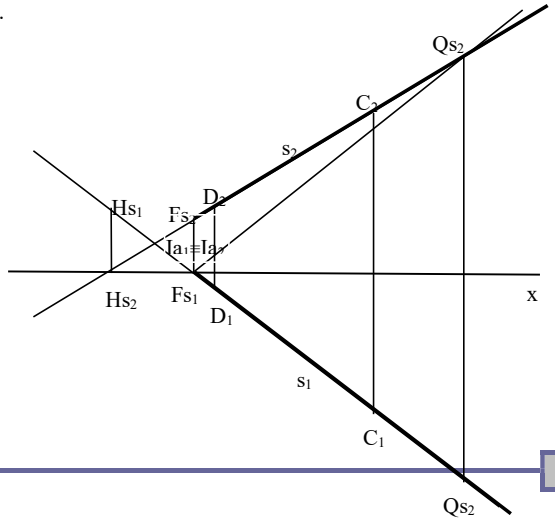
   d) Determine o ponto de intersecção da recta com o β_{24}.

Resolução

1.



2.



Resumo da lição



Resumo

Nesta unidade você aprendeste a representação da recta em que vimos que ela pode ser definida por dois pontos não coincidentes ou por um ponto e uma direcção.

Tratamos dos traços da recta que são pontos da sua intersecção com os planos ortogonais de projecção e os planos bissectores, nomeadamente:

- *Traço frontal* – ponto de intersecção da recta com o plano frontal de projecção;
- *Traço horizontal* – ponto resultante da intersecção da recta com o plano horizontal de projecção
- *Traço no β_{13}* – resultante da intersecção da recta com o β_{13}
- *Traço no $\beta 24$* – ponto de intersecção da recta com o $\beta 24$

Actividades

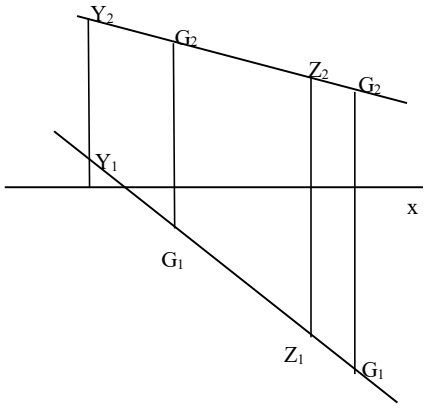


Actividades

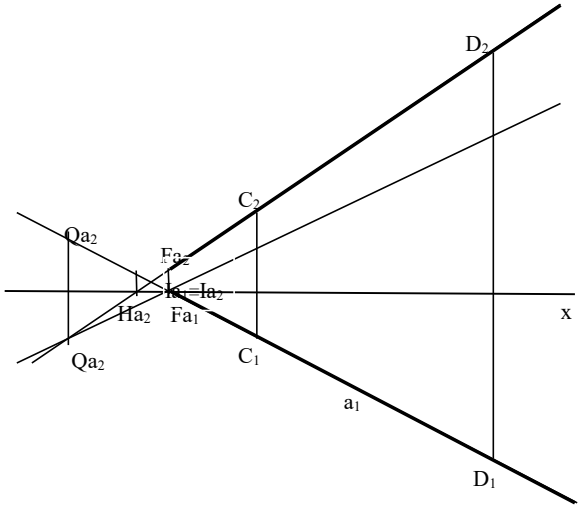
1. Desenhe as projecções de dum ponto **Y** do primeiro diedro e do ponto **Z** do segundo diedro, contidas numa recta oblíqua definida pelos pontos **G** (8; 5; 2,5) e **B** (4; 1; 3,5).
2. Determine os traços em ν_0, φ_0, β_{13} e β_{24}, duma recta ***a*** definida pelos pontos **C** (-5; 1; 2) e **D** (1; 4; 6)

Resolução:

1.



2.



Avaliação



Avaliação

1. Assinale com um ✓ as afirmações verdadeira:

   a) O traço frontal duma recta é o seu ponto com afastamento nulo.___

   b) O lugar geométrico onde se situam pontos com projecções coincidente no plano do desenho, é o β_{24}. ____

   c) Traço horizontal duma recta é o ponto da sua intersecção com o plano horizontal de projecção. _____

   d) Todos os pontos dos planos bissectores são equidistantes aos planos de projecção. ____

   e) Todos os pontos cujas projecções são simétricas em relação ao eixo **x**, pertencem ao β_{13}. _____

   f) O lugar geométrico onde todos os pontos têm cota e afastamento simétricos é o β_{24}. _____

   g) Todos os pontos do eixo **x** têm projecções coincidentes. _____

   h) Uma recta paralela ao plano horizontal não tem traço horizontal. _____

2. Desenhe as projecções da recta ***r***, definida pelos pontos **E** (6; 5; 5,5) e **G** (0; 0,5; 1,5).

   a) Determine o ponto da recta que pertença ao plano frontal de projecção.

   b) Identifique o ponto da recta que tenha cota e afastamento iguais.

   c) Determine o traço da recta em β_{24}.

3. Dado o ponto **U** (3; 1,5), determine as projecções da recta ***s***, que contem o ponto, cuja projecção frontal faça um ângulo do 30º com o eixo **x**, de abertura para a direita. A projecção horizontal da recta faz um ângulo de 75º com o eixo **x**..

Estes exercícios têm suas soluções no final deste módulo.

Lição 6

Posição da Recta em relação aos planos de projecção

Introdução

De acordo com a posição que uma recta tomar em relação aos planos ortogonais de projecção, recebe um determinado nome. A sua representação no plano do desenho será correspondente à posição que ela ocupa no espaço.

Para reconhecer o nome duma recta tanto pode ser no espaço como a partir das suas projecções.



Objectivos

Ao concluir esta lição você será capaz de:

Relacionar uma recta com os planos ortogonais de projecção;.

Apresentar no espaço a posição de uma determinada recta.

Reconhecer a posição duma recta no espaço a partir das suas projecções.

Alfabeto da recta

Uma recta no espaço, em relação aos planos ortogonais de projecção, pode tomar várias posições e, é em função destas posições que ela é designada por diferentes nomes específicos.

Na maioria dos casos as rectas são designadas pela primeira letra do seu nome, por exemplo, uma recta frontal normalmente designa-se pela letra ***f***.

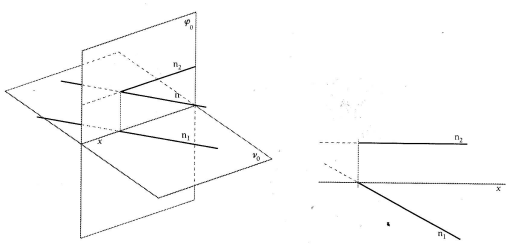
1. **Recta de Nível ou Horizontal**

É paralela ao plano horizontal de projecção e oblíqua em relação ao plano frontal. Por ser paralela ao plano horizontal de projecção, todos os seus pontos têm cotas iguais e consequentemente não tem traço horizontal.

Pode acontecer que esta recta sendo oblíqua a φ_0, esteja contida no plano horizontal.

A recta horizontal ou de nível sempre intersecta os planos bissectores, logo tem sempre seus traços nesses planos, bem como o traço frontal o vertical.

No plano do desenho a sua projecção frontal é sempre paralela ou coincidente com o eixo **x** e, a sua projecção horizontal é oblíqua ao eixo **x** ou **LT**.

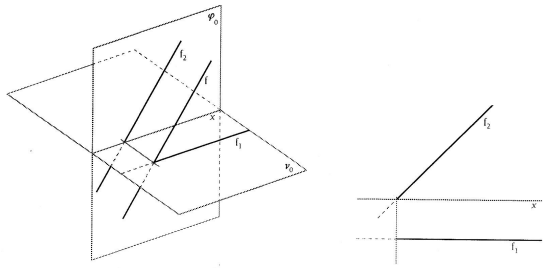


Recta de nível ou horizontal.

2. Recta Frontal ou de Frente

É paralela ao plano frontal de projecção e por vezes pode estar contido nele, logo, não tem traço frontal. Apenas tem traços no plano horizontal de projecção e nos planos bissectores. Em relação ao plano horizontal ela é oblíqua,

No plano do desenho, porque todos os seus pontos têm mesmo afastamento, a sua projecção horizontal é paralela ao eixo **x**. A projecção frontal duma recta de frente oblíqua em relação ao eixo **x**.



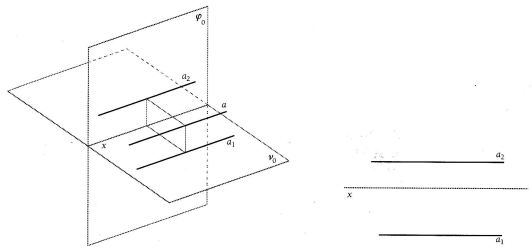
Recta frontal ou de frente.

3. Recta Fronto-Horizontal, ou Horizontal de Frente ou ainda Paralela

A recta fronto-horizontal é paralela aos dois planos de projecção, logo, não tem nenhum traço nesses planos nem nos planos bissectores, isto é, não tem nenhum ponto notável.

É uma recta que ocupa apenas um único lugar geométrico.

Suas projecções são paralelas entre si e paralelas ao eixo **x**.



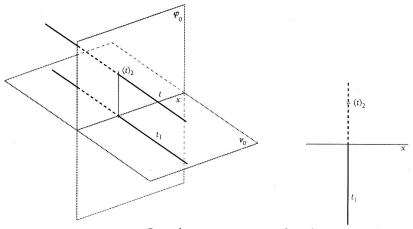
Recta fronto-horizontal ou paralelá.

4. Recta de Topo ou Projectante Frontal

Tal como a recta de nível, esta recta é paralela ao plano horizontal de projecção distiguindo-se da do nível pelo facto de ser perpendicular ao plano frontal. Não tem apenas o traço horizontal.

Sua projecção frontal fica reduzida a um ponto e, por esse facto a sua designação deverá estar entre parêntesis, por

exemplo, (t_2). A projecção horizontal é perpendicular ao eixo **x**.

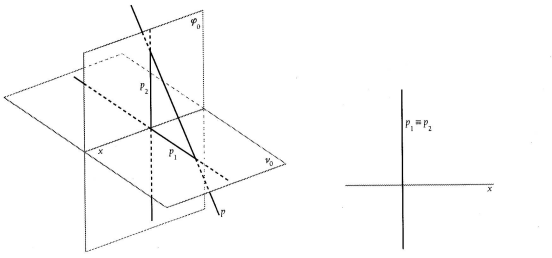


Recta de topo ou projectante frontal.

5. Recta vertical ou projectante horizontal

É uma recta perpendicular ao plano frontal de projecção e, consequentemente paralela ao plano horizontal. Obviamente, tem todos os traços exceptuando o frontal, aliás, o seu traço frontal teoricamente encontra-se num ponto inacessível, pois como deves estar recordado, duas rectas paralelas cruzam-se no infinito.

Sua projecção frontal é perpendicular ao eixo **x** e, a projecção reduz-see a um ponto. Por se tratar duma recta cuja projecção é um ponto, a sua designação fica entre parêntesis, por exemplo (v_1).

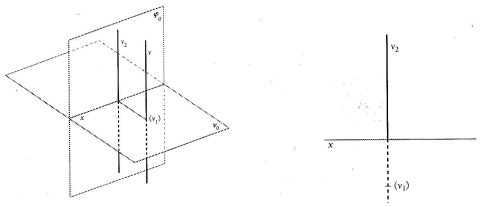


Recta oblíqua.

6. Recta de perfil

É uma recta contida num plano de perfil (plano perpendicular aos dois planos de projecção como por exemplo o plano π, das abcissas) e é oblíqua em relação aos dois planos de projecção, logo, sempre tem todos os traços.

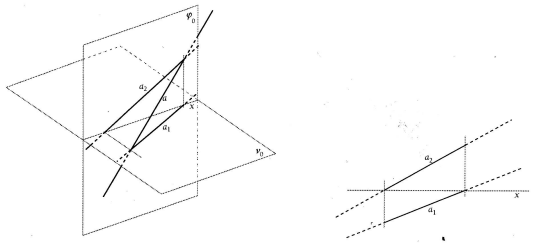
As suas projecções são coincidente e perpendiculares aos eixo **x**. Neste tipo de recta a representação dum terceiro plano (representação triédrica) é especialmente utilizada.



Recta vertical ou projectante horizontal.

7. Recta oblíqua

Como o próprio nome indica, é uma recta oblíqua em relação aos dois planos de projecção sempre intersecta os planos de projecção e em condições gerais também os dois planos bissectores. Poderá não intersectar um dos planos bissectores se for paralelo a ele. Esta situação também ocorre na recta de perfil.

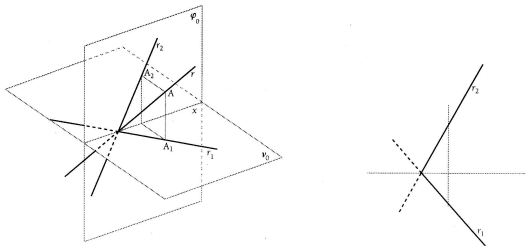


Recta oblíqua.

8. Recta passante

É uma recta que pode tomar algumas da posições descritas anteriormente, gozando a característica específica de intersectar o eixo **x**.

Sendo assim as duas projecções são concorrentes no eixo **x**. As rectas contidas nos planos de projecção e as oblíquas contidas nos planos bissectores também são rectas passantes. Recorde-se que a recta de perfil é um caso especial da recta oblíqua.



Recta passante.

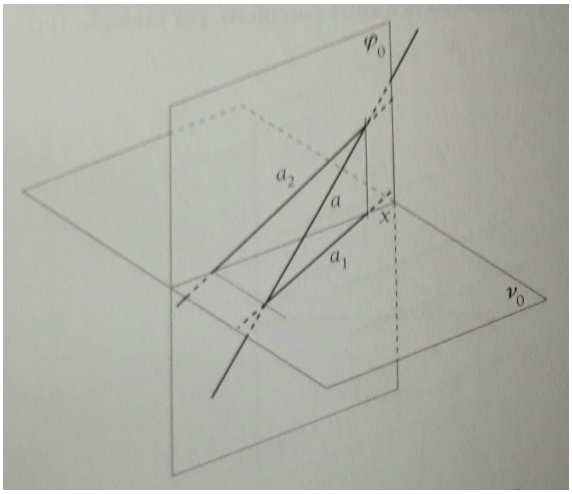
Actividades

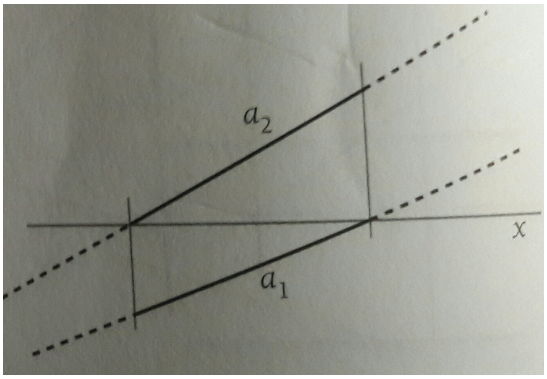
Actividades

1. Desenhe uma recta oblíqua no espaço e as suas respectivas projecções nos planos ortogonais de projecção e depois represente essas projecções no plano do desenho.
2. Desenhe as projecções duma recta vertical com afastamento igual a – 3 cm.

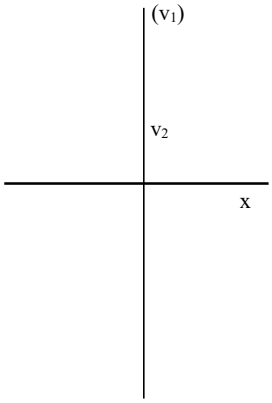
Resolução:

1.





2.



Resumo da lição



Resumo

O quadro seguinte resume as diferentes posições que uma recta ocupa no espaço.

Posição em relação φ_0 e ν_0	Designação		Representação no plano do desenho
// a ν_0	a φ_0	*Recta horizontal ou de nível*	Projecção frontal paralela ao eixo **x** Projecção horizontal oblíqua ao eixo **x**
	$\perp$ a φ_0	*Recta de topo ou projectante frontal*	Projecção frontal reduzida a um ponto Projecção horizontal perpendicular ao eixo **x**
	// a φ_0	*Recta Fronto-Horizontal*	Ambas projecções paralelas ao ao eixo **x**
// a φ_0	a ν_0	*Recta frontal ou de frente*	Projecção frontal oblíqua ao ao eixo **x** Projecção horizontal paralela ao ao eixo **x**
	$\perp$ a ν_0	*Recta vertical ou projectante horizontal*	Projecção frontal perpendicular ao eixo **x** Projecção horizontal reduzida a um ponto
	// a ν_0	*Recta Fronto-Horizontal*	Ambas projecções paralelas ao ao eixo **x**
a ν_0 e φ_0	*Recta oblíqua*		Ambas projecções oblíquas ao eixo **x**
	Recta de perfil		Ambas projecções perpendiculares ao eixo **x**

// - paralela

$\perp$ - perpendicular

- oblíqua

Actividades



Actividades

1. Assinale com um ✓ as afirmações correctas:

   a) Uma recta horizontal ou de nível é paralela ao plano horizontal de projecção. ___

   b) Uma recta pode ter uma das suas projecções reduzida a um ponto. ____

   c) Recta fronto-horizontal é perpendicular ao plano horizontal de projecção. ___

   d) A recta de perfil sempre tem as suas projecção coincidentes. _____

   e) Uma recta oblíqua é perpendicular ao plano horizontal de projecção. _____

   f) A recta de perfil é um caso particular da recta oblíqua. ____

   g) A recta de frente é paralela ao plano frontal de projecção e oblíqua em relação ao plano horizontal. ____

   h) Se uma recta tem as suas projecções paralelas ao eixo **x**, no espaço é paralela aos planos ortogonais de projecção. ___

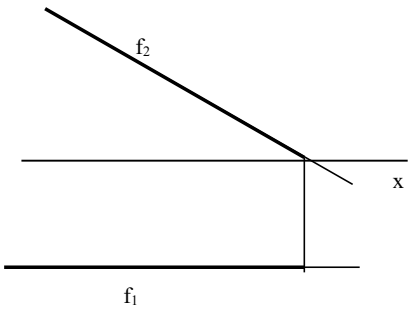
2. Desenhe as projecções duma recta frontal ou de frente com afastamento igual a 2,5 cm e que faz com o plano horizontal de projecção um ângulo de 30º de abertura para a esquerda.

3. Represente pelas suas projecções uma recta de topo com 3 cm de cota e determine os seus pontos notáveis.

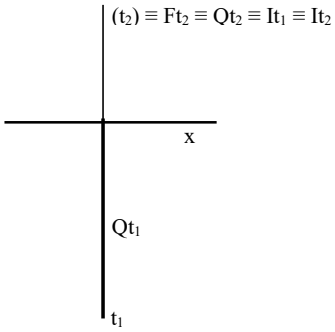
4. Uma recta horizontal de frente situa-se no plano bissector dos quadrantes pares e tem afastamento igual a 3,5 cm. Determine as suas projecções.

Respostas:

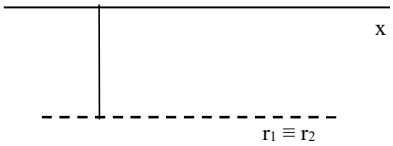
1. Se assinalou as alíneas a), b), d), f), g) e h, acertaste

2. 

3.



4.



Avaliação



Avaliação

1. Assinale com um ✓ as afirmações verdadeira:

   a) Uma recta frontal ou de frente é paralela ao plano frontal de projecção. _____V

   b) Se as projecções duma recta são coincidentes é porque trata-se de uma recta de perfil. ____F

   c) Uma recta fronto-horizontal contida em β_{24} tem sempre as suas projecções coincidentes. _____V

   d) Uma recta de nível pertence a um plano que é paralelo a ν_0. _____V

   e) Uma recta oblíqua é paralela ao plano frontal de projecção. ____ F

   f) Se a projecção frontal duma recta é um ponto, trata-se duma recta de topo. _____ V

2. Preencha os espaços em branco usando as seguintes palavras: ponto, paralela, oblíqua, perpendicular, coincidentes, frontal, horizontal.

   Uma recta de nível é _____ ao plano horizontal e _____ em relação ao plano frontal. Por essa razão não tem traço _____. Contrariamente à recta de nível, a recta frontal ou de frente é paralela ao plano _____ de projecção e oblíqua em relação ao plano _____ de projecção.

   Uma recta de topo é paralela ao plano _____ de projecção e perpendicular ao plano _____ de projecção.

   A recta oblíqua tem a sua projecção frontal _____ em relação ao eixo **x** e a projecção horizontal _____ ao eixo **x**. No espaço a recta oblíqua é _____ aos dois planos de projecção.

3. O ponto **A** (2;1) é um ponto duma recta frontal que faz um ângulo de 60º com ν_0 de abertura para a direita. Desenhe a recta pelas suas projecções.

4. Represente pela suas projecções uma recta definida pelos pontos **A** (2; 4,5; 4,5) e **B** (7; 0,5; 1,5) e determine os seus traços nos planos de projecção e nos planos bissectores.

Lição 7

Posições relativas de duas rectas

Introdução

De um modo geral, duas rectas dadas pelas suas projecções são consideradas paralelas quando as suas projecções do mesmo nome forem paralelas. No entanto há casos particulares que iremos aprofundar nesta lição, em que nem sempre as duas projecções do mesmo nome são paralelas.

Iremos falar também sobre outra relação de rectas que, dum modo geral, no plano do desenho, são consideradas concorrentes, aquelas cujas projecções do mesmo nome se intersectam em pontos da mesma linha de chamada.

Entretanto há rectas que, por se encontrarem em certos planos já não se apresenta conforme o que acabamos de explicar.

Nesta lição iremos abordar os casos gerais e os casos particulares das rectas concorrentes e rectas paralelas.

Relativamente a rectas enviesadas não iremos aprofundar o estudo porque trata-se de rectas cuja relação não tem muito que desenvolver no nosso estudo.



Objectivos

Ao concluir esta lição você será capaz de:

Relacionar uma recta com os planos ortogonais de projecção;.

Apresentar no espaço a posição de uma determinada recta.

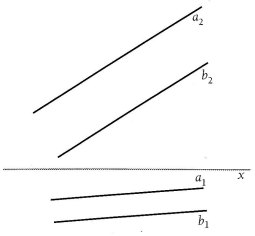
Determinar os traços duma determinada recta.

Posições relativas de duas rectas

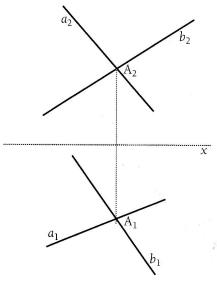
Duas rectas podem ser paralelas, concorrentes ou enviesadas. Este último caso, rectas enviesadas, refere-se a rectas que não podem estar contidas no mesmo plano e por conseguinte não se podem cruzar e nem podem ser paralelas entre si.

No módulo anterior falamos sobre a relação entre duas rectas em que constatamos que as rectas concorrentes podem ser perpendiculares ou oblíquo.

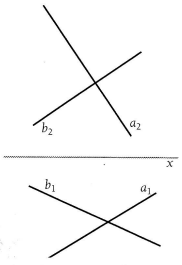
Este módulo está mais voltado para a projecção e não apenas a relação da rectas como tal.



Rectas paralelas.



Rectas concorrentes.



Rectas enviesadas.

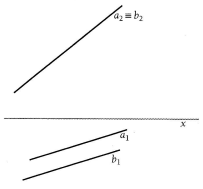
Rectas paralelas

Duas rectas paralelas são aquelas que estando no mesmo plano não podem ter algum ponto em comum.

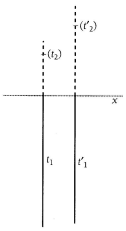
As projecções do mesmo nome de duas de rectas paralelas, normalmente também são paralelas.

No entanto há casos particulares em que as rectas se situam no mesmo plano perpendicular a um ou a ambos os planos de projecção.

As rectas paralelas contidas em planos perpendiculares ao plano frontal de projecção têm as suas projecções frontais coincidentes numa única linha ou reduzidas a dois pontos.

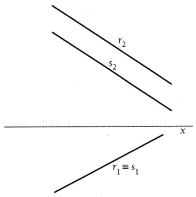


Projecções frontais reduzidas a uma linha.

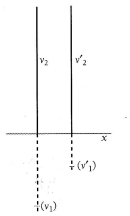


Projecções frontais reduzidas a dois pontos.

As rectas paralelas contidas em planos perpendiculares ao plano horizontal de projecção têm suas projecções horizontais reduzidas a uma linha ou a dois pontos.

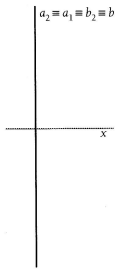


Projecções horizontais reduzidas a uma linha

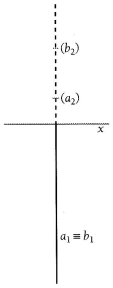


Projecções horizontais reduzidas a dois pontos.

Duas rectas paralelas contidas num plano que é perpendicular aos dois planos de projecção podem ter as suas projecções coincidentes numa única linha ou numa projecção coincidente e noutra reduzidas a dois pontos.



Projecções horizontais e frontais reduzidas a uma única linha.



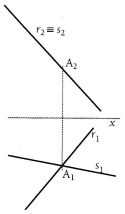
Projecções frontais reduzidas a dois pontos e horizontais coincidentes, reduzidas a uma linha.

Rectas concorrentes

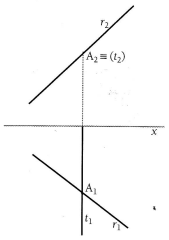
Duas rectas concorrentes são aquelas que se cruzam num ponto, como já o tínhamos dito no módulo 1.

As projecções do mesmo nome de duas rectas concorrentes também são concorrentes, mas pode acontecer alguns casos particulares que não apresentam estas características.

1. se as rectas estiverem contidas num plano perpendicular ao plano frontal de projecção, as suas projecção frontais são coincidentes ou ficam reduzidas numa linha e um ponto contido nessa linha.

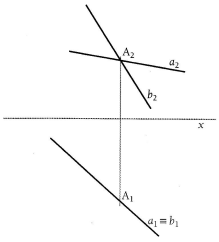


Projecção frontal reduzida numa única linha.

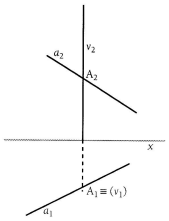


Projecções frontais reduzidas a uma linha e um ponto dessa linha.

2. no caso em que as rectas se encontram num plano perpendicular a ν_0, as projecções horizontais são coincidentes ou ficam reduzidas numa linha e um ponto contido nessa linha.

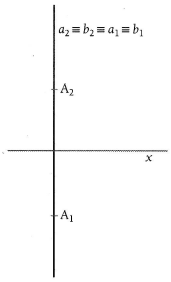


Projecções horizontais coincidentes.

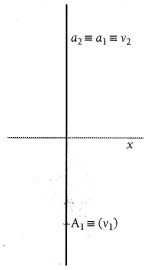


Projecções horizontais reduzidas a uma linha e um ponto.

3. quando duas rectas concorrentes estiverem situadas num plano perpendicular aos dois planos de projecção as suas projecções situam-se numa única linha perpendicular ao eixo **x**. Esta situação acontece exclusivamente quando se trata da intersecção de rectas de perfil, de topo e frontal.



Duas rectas de perfil.



Uma recta de perfil e uma recta vertical.

Duas rectas paralelas ou concorrentes definem um plano, por isso são complanares e obviamente, os seus traços encontram-se sobre os traços do mesmo nome do plano.

A terceira relação entre as rectas e de serem enviesadas. Trata-se de duas rectas que não admitem um plano comum, isto é, de modo algum podem ser complanares.

O estudo dessas recta não terá desenvolvimento neste módulo.

Resumo da unidade



Resumo

O paralelismo a perpendicularidade foi o assuntos que tratamos nesta lição em que vimos casos particulares como, por exemplo as projecções de duas rectas paralelas poderem ficar reduzida a dois pontos ou ficar reduzida a apenas uma linha, se elas estiverem contidas em planos perpendiculares a um ou ambos planos de projecção.

A intersecção de uma recta de topo com uma recta vertical também é um caso muito particular da intersecção de duas recta se é um dos exemplos de fácil percepção de rectas concorrentes perpendiculares.

Duas rectas podem ser paralelas ou concorrentes quando elas se podem conter num único plano, ou seja só em condições em elas podem ser complanares.

Actividades



Actividades

1. Assinale com um ✓ as afirmações correctas:

   a) Duas rectas que não estejam no mesmo plano, não podem ser concorrentes nem paralelas. ____

   b) Duas rectas concorrentes podem ter as suas projecções frontais reduzidas a dois pontos. _____

   c) Duas rectas paralelas podem ter as suas projecções horizontais reduzidas a dois pontos. _____

   d) Se as projecções do mesmo nome de duas rectas forem paralelas, essas rectas são paralelas._____

   e) Rectas concorrentes contidas num plano perpendicular simultaneamente a φ_0 e ν_0 só podem ser de perfil. ___

   f) Uma recta de topo nunca pode ser paralela a uma recta vertical. ____

   g) Uma recta de nível nunca pode ser concorrente com uma recta frontal ou de frente. _____

   h) Duas rectas de topo sempre são paralelas _____

   i) Duas rectas de nível sempre são paralelas. _____

   j) Duas rectas frontais podem ser concorrentes. ____

2. Desenhe pelas suas projecções duas rectas concorrentes em que uma é de topo com 3,5 cm de cota e outra é projectante horizontal com 2,5 cm de afastamento.

   a) Determine os traços das duas rectas nos planos de projecção.

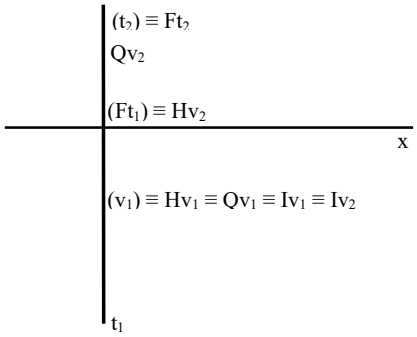
   b) Determine os traços da recta projectante horizontal nos planos bissectores.

   c) Que quadrantes atravessa a recta de topo?

Repostas

1. as alíneas com afirmações verdadeira são: a), c), d), f), h) e j).

2.



c) A recta de topo atravessa o primeiro e o segundo diedros de projecção

Avaliação



Avaliação

1. Represente pelas suas projecções duas rectas ***a*** e ***b*** concorrentes no ponto **A** (3; 1; 2).

   a) A recta ***a*** contém o ponto **B** (5; 2; 2)

   b) A recta ***b*** contém o ponto **C** (1; 0,5; 0,5)

2. Represente pelas suas projecções duas rectas, ***n*** de nível e ***f*** de frente, concorrentes num ponto **K** (3; 3,5), sabendo que:

   a) A recta de nível faz um ângulo de 45º com ν_0, de abertura para a esquerda.

   b) A recta ***f*** faz com o plano frontal de projecção também um ângulo de 45º, de abertura para a direita.

   c) Determine os traços das duas rectas nos planos de projecção.

   d) Que quadrantes atravessa a recta de frente e qual é o lugar geométrico onde se encontra o seu traço nos planos de projecção.

3. Pelo ponto **A** (3; 1,5) conduza uma recta ***m*** paralela à recta frontal ***f***, de afastamento igual a 2 cm, e que contém os pontos **B** e **C** de cota respectivamente igual a 1,5 e 3 cm, sendo $\mathbf{B_0C_0}$ = 3 cm e **C** está à direita de **B**. O ponto **A** situa-se 2 cm à esquerda de **B**.

4. Represente pelas as projecções duas rectas oblíquas ***a*** e ***b***, concorrentes no ponto **P** (0; 2; 3), sabendo que:

   a) A recta ***a*** contém o ponto **A** (3; 5; 3);

   b) A recta ***b*** contém o ponto **B** (– 2; 4; 1)

5. Represente pelas suas projecções duas rectas ***r*** e ***s*** concorrentes num ponto **R** (5; 3; 4).

   a) A recta ***r*** contém o ponto **T** (8; 1; 1,5);

   b) A recta ***s*** contém o ponto **S** (3; 0,5; 0,5)

   c) Pelos pontos do β_{13} das duas rectas faça passar uma recta ***q*** e diga qual a sua posição no espaço.

Lição 8

Plano

Introdução

Nas generalidades foi feita uma abordagem do que]e um plano. Nas classes anteriores também se fez abordagem do que seja um plano. Os planos ortogonais de projecção também são planos.

É sobre esse assunto que nos debruçaresmos nesta lição, sua definição e sua representação.



Objectivos

Ao concluir esta lição você será capaz de:

Representar definido por rectas;

Determinar os traços dum plano definido por rectas;

Distinguir rectas de um plano

Dedefinição do plano

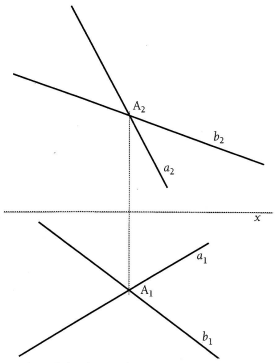
Um plano é designado por uma letra miníscula do alfabeto grego. Cada letra do lfabeto latino tem a sua correspondente em alfabeto grego, ou seja, também existem 26 letras do alfabeto grego. No nosso estudo iremos usar com maior frequencia as seguntes letras do alfabeto grego, para a designação dos planos:

Alfa – α	Delta – δ	Pi – π
Beta - β	Teta- τ	Fi – φ
Gama – γ	Niú – ν	Omega – ω

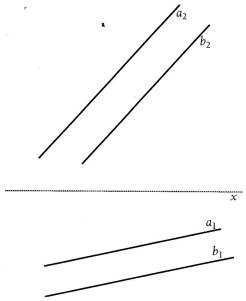
No entantando poderá ser usada qualquer letra do alfabeto grego, estes são apenas uns exemplos.

Um pano pode ser definido de várias maneiras, nomeadamente:

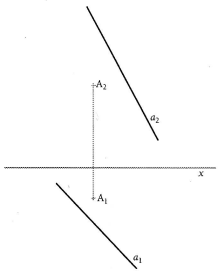
- Através de duass rectas concorrentes.
- Através de duass rectas paralelas.
- Através de uma recta e um ponto exterior a essa recta.
- Através de três pontos não colineares.
- Através dos seus traços.



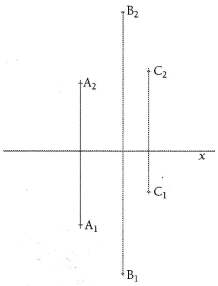
Plano definido por duas rectas concorrentes.



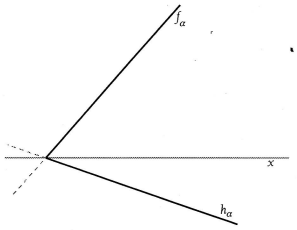
Plano definido por duas rectas paralelas.



Plano definido por uma recta e um ponto exterior a essa recta.



Plano definido por três pontos não colineares.



Plano definido pelos seus traços.

Sendo assim, para a representação de um plano será necessário o conhecimento de projecções de pontos e rectas que o definem.

Na verdade, as diferentesformas de definição dum plano convergem em duas rectas que tanto podem ser concorrentes ou paralelas

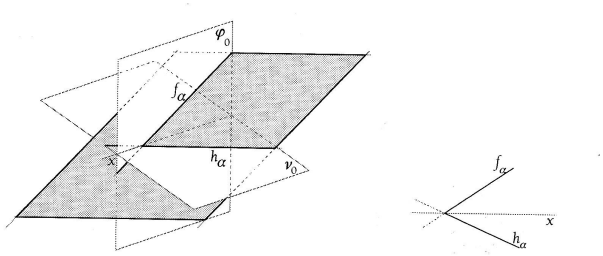
Traços dum plano

Traços dum plano são linhas resultantes da intersecção dum plano com os planos ortogonais de projecção.

Quando um plano α intersecta o plano frontal de projecção, o resultado é o seu traço frontal, que se designa pela letra minúscula do alfabeto latino, **v**, seguida de um índice da designação do plano, $\mathbf{v_\alpha}$.

Portanto traço frotal de um plano é o lugar geométrico em que todos os pontos desse plano têm afastamento igual a zero.

A linha de intersecção dum plano com o plano horizontal de projecção denomina-se traço horizontal desse plano. No caso do plano α, a designação desse traço seria $\mathbf{h_\alpha}$, lugar geométrico em que todos os pontos têm cota igual a zero.



Traços de um plano α.

A representação dos traços dum plano no plano do desenho é feita directamente, ou seja, não é necessário determinar as projecções das linhas que constituem essezs traços.

Caso fosse necesário, a projecção frontal do traço fronta de um plano seria coincidente com o próprio traço e a projecção horizontal desse traço seria coincidente com o eixo $\boldsymbol{x}$.

Também a projecção horizontal do traço horizontaldum plano seria coincidente com o próprio traço e a projecção frontal seria igualmente coincidente com o eixo $\boldsymbol{x}$.

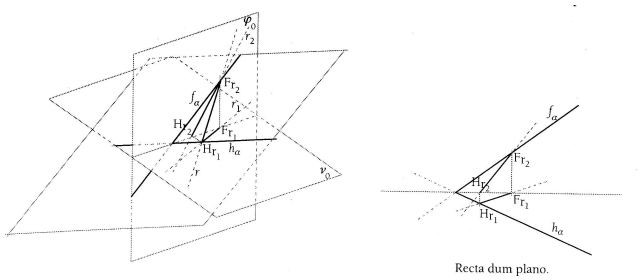
Como esse exercício não ajuda em nada para a resolução de problemas de geometria descritiva opta-se, como já tinha sido dito, por representar directamente os traços do plano, no plano do desenho.

Rectas de um plano

Qualquer recta que pertence a um plano tem todos os seus pontos sobre esse plano.

Como é do seu conhecimento, os traços de uma recta nos planos ortogonais de projecção, são pontos de intersecção dessa recta com osm planos de projecção.

Sendo assim, o traço frontal de uma recta dum plano encontra-se sobre o traço frontal desse plano. De igual modo, o traço horizontal de uma recta de um plano situa-se sobre o traço horizontal desse plano.



Recta dum plano.

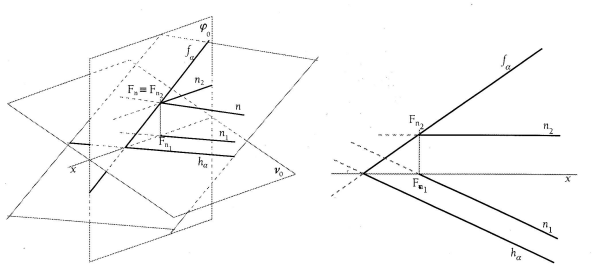
Rectas de nível de um plano

Rectas de nivel, como já se disse aquando da abordagem do alfabeto da recta, são paralelas ao plano horizontal de projecção, logo não têm traço horizontal.

Por esta razão, as rectas de nível dum plano são paralelas ao traço horizontal desse plano, ou seja, não intersectam o traço horizontal do plano que as contém.

Sendo a recta de nível paralela ao traço horizontal do plano, pode-se concluir que esse traço é uma recta de nível desse plano de cota nula.

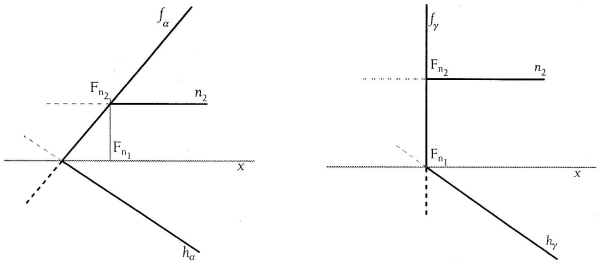
Porque recta de nível não intersecta ν_0, terá apenas um traço, o frontal, que se situa sobte o traço frontal do plano.



Recta de nível dum plano.

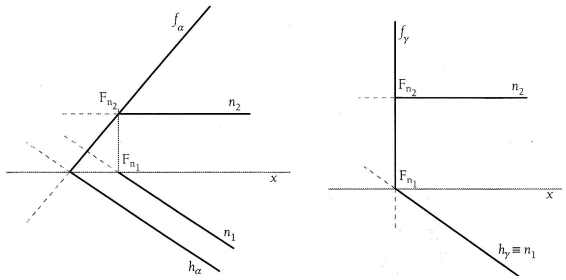
Como é óbvio, no plano do desenho, uma recta **n** de nível dum plano α, tem o a projecção frontal do seu traço frontal $\mathbf{V_2}$, sobre $\mathbf{v_\alpha}$, o traço frontal do plano que a contém. Por $\mathbf{V_2}$ traça-se uma linha paralela ao eixo ***x***, $\mathbf{n_2}$, projecção frontal da recta **n**.

Porque **V** é um ponto do plano frontal de projecção, sua projecção horizontal, $\mathbf{V_1}$, localiza-se no eixo ***x***.



Projecções frontalis duma recta de nível dum plano.

A projecção horizontal duma recta de nível dum plano, é sempre paralela ou coincidente ao traço horizontal do plano que a contém. É coincidente com o traço horizontal do plano quando o plano for perpendiculacular ao plano horizontal de projecção.



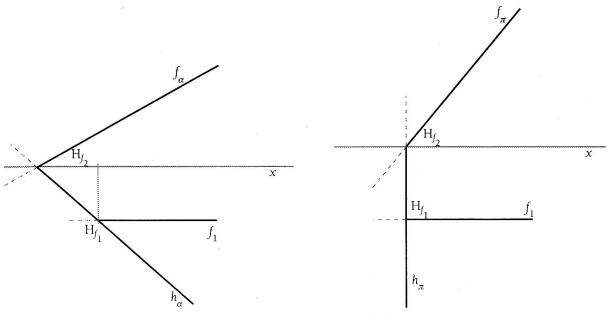
Projecções duma recta de nível dum plano.

Rectas de frente dum plano

Rectas de frente são rectas paralelas ao plano frontal de projecção. Por esta razão não se intersectam com o plano frontal de projecção, isto é, não possuem traço frontal.

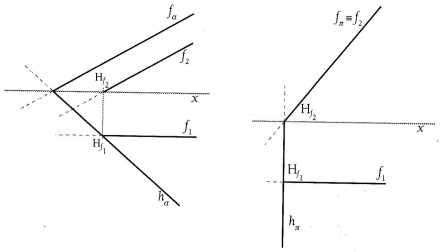
Uma recta de frente dum plano é sempre paralela ao traço frontal desse plano, ou seja o traço frontal de um plano que contém uma recta de frente, é uma recta de frente de afastamento nulo desse plano.

O traço horizontal duma recta de frente, $\mathbf{H_1}$,único traço que tem sobre os planos de projecção, situa-se sobre o traço horizontal do plano que o contém e, a sua projecção horizontal é sempre paralela ao eixo ***x***.



Projecção horizontal duma recta de frente.

A projecção frontal duma recta de frente é sempre oblíqua ao eixo ***x*** e paralela ou coincidente com o traço frontal do plano que a contém.



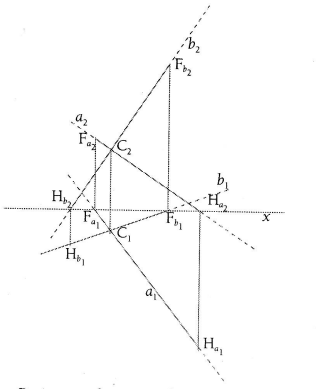
Projecções duma recta de frente dum plano.

Determinação dos traços dum plano definido por por duas rectas concorrentes

Dadas duas rectas **a** e **b**, concorrentes oblíquas no ponto **C**, determinemos os traços do plano $\boldsymbol{\beta}$ definido por essas duas rectas.

1º passo

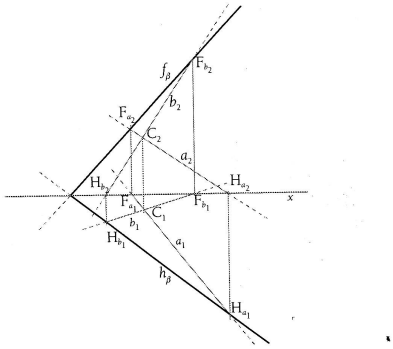
Considerando a rectas dadas, concorrentes em **C**, determinam-se em primeiro lugar os seus traços sobre os planos de projecção, $\mathbf{F_a}$, $\mathbf{F_b}$, $\mathbf{H_a}$ e $\mathbf{H_b}$.



Projecções dos traços das rectas concorrentes.

2ºpasso

Unem-se as projecções frontais dos traços frontais das rectas para obter o traço frontal do plano, v_β. A união das projecções horizontais dos traços horizontais das rectas resulta em h_β, traço horizontal do plano.



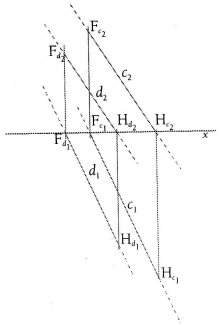
Traços dum plano definido por duas rectas concorrentes.

Determinação dos traços dum plano definido por por duas rectas paralelas

Como se sabe, duas rectas paralelas podem definir um plano. Consideremos duas rectas paralelas, **c** e **d**, que definem um plano γ e determiné-mo-lo pelos seus traços.

1º passo

Determinam-se os traços das rectas **c** e **d**, nos planos ortogonais de projecção, designadamente $\mathbf{V_c}$, $\mathbf{V_d}$, $\mathbf{H_c}$ e $\mathbf{H_d}$.

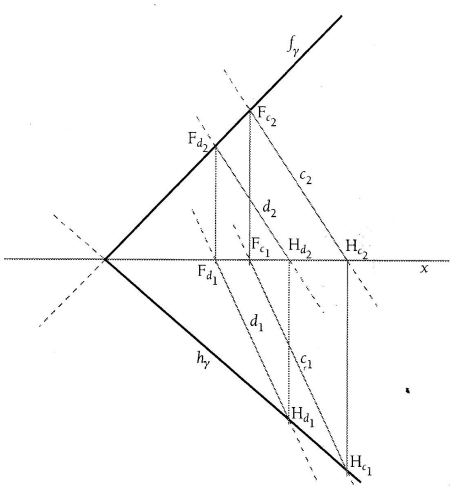


Traços das duas rectas.

2º passo

Unem-se as projecções frontais dos traços frontais das rectas **c** e **d**, designadamente $\mathbf{V_{c2}}$ e $\mathbf{V_{d2}}$, dando origem ao traço frontal do plano, $\boldsymbol{v_\gamma}$.

A união das projecções horizontais dos traços horizontais das duas rectas paralelas dão origem ao traço horizontal do plano, $\boldsymbol{h_\gamma}$.



Traços dum plano definido por duas rectas paralelas.

Estes são apenas alguns exemplos da representação pelos seus traços um plano definido dor duas rectas paralelas ou concorrentes. Há vários casos particulares que serão vistos ao longo da resolução de exercícios e também depois da abordagem do alfabeto do plano, como por exemplo, plano definido por:

1. Duas rectas de topo;

2. Duas rectas verticais;
3. Uma recta de topo e outra de frente;
4. Uma recta de nível e outra de topo,; etc.

Nesses casos particulares nem sempre será possível encontrar os dois traços de cada uma das rectas que define o plano, como vimos no caso das rectas de nível e de frente, entre outros.

Resumo da lição



Resumo

Nesta lição você aprendeu que um plano pode ser definidido de diferentes maneiras, nomeadamente, por duaas rectas concorrentes ou paralelas, por uma recta e um ponto exterior a essa recta, por tres pontos não colineares e pelos seus traços.

Aprendeu que uma recta pertence a um plano geralmente quando os seus traços se situam sobre os traços do mesmonome do plano

Também vimos alguns exemplos de planos definidos por duas rectas con orrentes e paralelas.

Actividades

1. Quantas e quais são as formas como um plano pode ser definido?
2. Quando é que se diz que uma recta pertence a um plano?

Resolução

1. Um plano pode ser definido de cinco formas, nomeadamente:
   a) Através de duass rectas concorrentes.
   b) Através de duass rectas paralelas.
   c) Através de uma recta e um ponto exterior a essa recta.
   d) Através de três pontos não colineares.
   e) Através dos seus traços.

2. Diz-se que uma recta pergtence a um plano se esta tiver os seus traços sobre os traços do mesmo nome do plano

Avaliação



Avaliação

1. Dadas as rectas **a** e **b**, concorrentes no ponto **C**, determine os traços do plano que elas definem:
   - O ponto **C** tem abcissa, afastamento e cota iguais a 0 cm, 3,5 cm e 3 cm respectivamente;
   - Para além do ponto **C**, a recta ***a*** é também definida pelo ponto **A** (1,5; 4; 2);
   - Aprojecção frontal da recta **b** faz, com o eixo ***x***, um ângulo de 60º de abertura para a direita e, a projecção horizontal faz com o mesmo eixo um ângulo de 45º de abertura para a esquerda.

2. Um plano β é definido por duas rectas frontais,**e** e **f**, paralelas, e que formam ângulos de 30º com o plano horizontal de projecção, de abertura para a direita. A recta **e**, contém o ponto **A** (0; 2; 1) e a recta **f** contém o ponto **B** (3; 4,5; 1).

Lição 9

Alfabeto do plano

Introdução

Um plano pode tomar várias posições no espaço em relação aos planos ortogonais de projecção, ao que se chama alfabeto do plano.

Nesta lição vamos ver as diferentes posições que um plano toma no espaço e o nome que recebe em cada uma dessas posições.

Os planos constituem um suporte fundamental para a representação de uma figura ou objecto.



Objectivos

Ao concluir esta unidade você será capaz de:

Distinguir as diferentes posições que um plano pode tomar no espaço;.

Representar devidamente um plano no plano do desenho.

Distinguir os diferentes planos pelos seus próprios nomes

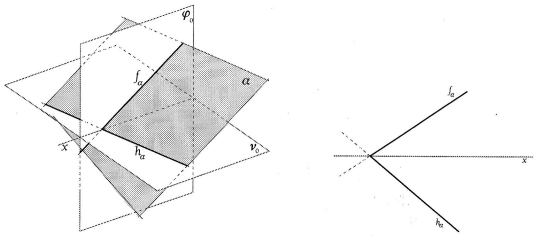
Posição do plano em relação aos planos de projecção

Um plano pode tomar várias posições em relação aos planos ortogonais de projecção. A esses diferentes posições que um plano toma no espaço chama-se alfabeto do plano.

1. **Plano Oblíquo**

   É oblíquo em relação aos dois planos de projecção e ao eixo ***x***.

   No plano do desenho, os seus traços são oblíquos em relação ao eixo ***x***.



Plano oblíquo.

2. Plano Horizontal ou de Nível

É paralelo ao plano horizontal de projecção, isto é, todos os seus pontos têm a mesma cota.

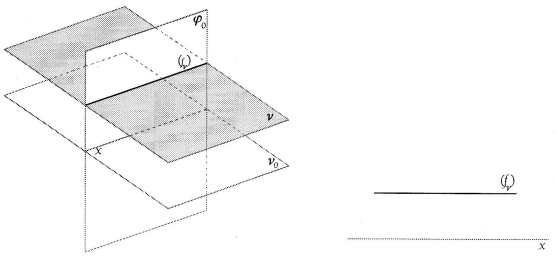
Por ser paralelo a $\boldsymbol{v_0}$, ele tem apenas um traço nos planos ortogonais de projecção nomeadamente o frontal, que é a linha da sua intersecção com o plano frontal de projecção.

Sendo um plano um plano com um único traço, a sua designaçõ fica entre parêntesis, por exemplo ($\mathbf{v_v}$).

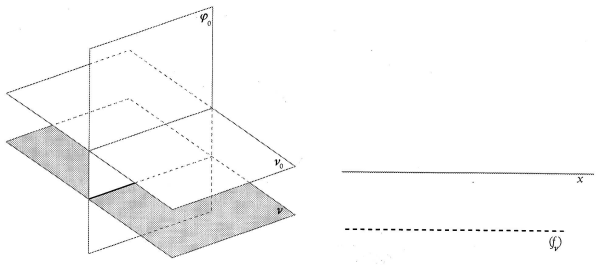
Este plano pode atravessar dois diedros de projecção, nomeadamente o primeiro e o segundo, se a sua cota for positiva. Neste caso, no plano do desenho, o seu traço situa-se para cima do eixo $\boldsymbol{x}$.

Caso o plano de nível tenha cota negativa, estará a atravessar os terceiro e quarto diedros de projecção. No plano do desenho, este plano representa-se por uma linha paralela ao eixo $\boldsymbol{x}$, situando-se para baixo desta.

As figura assentes no plano de nível têm em projecção horizontal a sua verdadeira gfandeza, isto é, projecção horizontal é igual à própria figuara.



Plano de nível de cota positiva.



Plano de nível de cota negativa.

3. Plano de Frente

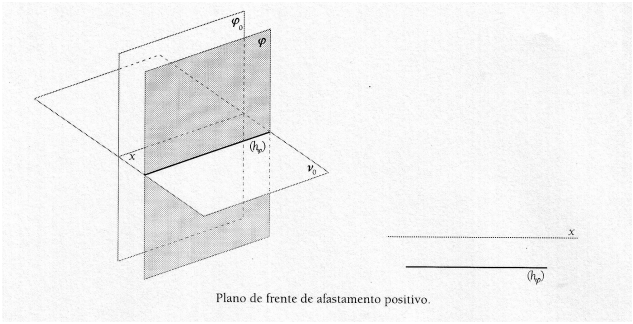
O lugar geométrico onde todos têm afastamentos iguais é o plano de frente porque este é pralelo ao plano frontal de projecção.

Tem um único traço e por conseguinte sua designação é feita entre parêntesis.

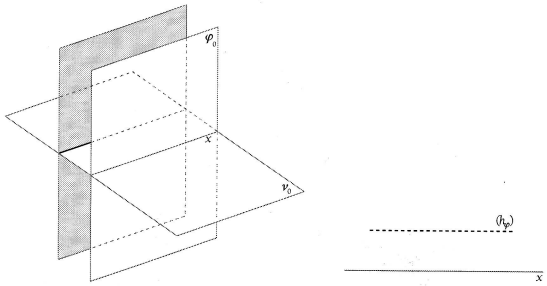
Qualquer figura situada neste tipo de plano, encontra em projecção horizontal a sua verdadeira grandeza, ou seja, encontra uma figura igual a si própria.

Um plano de frente pode atravessar o I e IV diedros de projecção, isto quando o seu afastamento for positivo. No plano do desenho o seu traço localiza-se para baio do eixo ***x***.

Se um plano atravessa os II e III diedros de projecção, é porque tem afastamento negativo. Neste caso, no plno do desenho, o seu traço, lugar onde se encontram a projecções horizontal de todos os seus pontos, é uma linha paralela ao eixo ***x*** que se situa para baixo desta.



Plano de frente de afastamento positivo.



Plano de frente de afastamento negativo

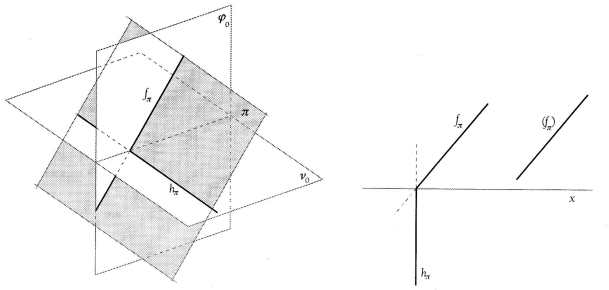
4. Plano de topo ou projectante frontal

Este plano é perpendicular ao plano frontal de projecção e oblíquo em relação ao plano horizontal de projecção.

É chamado projectante frontal porque todos os seus pontos são projectados para o plano frontal por rectas desse plano e sendo assim essas projecções encontram-se sobre o seu traço frontal.

Para conhecê-lo basta apenas sabermos a amplitude do ângulo diedro que ele faz em relação ao plano horizontal de projecção. Esta amplitude, no plano do desenho, é obviamente determinada pelo eixo ***x*** e o traço frontal do plano.

O traço horizontal dum plano de topo é sempre perpendicular ao eixo ***x*** e, pelo facto, pode-se omití-lo, representando apenas o traço frontal entre parêntesis, por exemplo, ($\boldsymbol{v_\pi}$).



Plano de frente do topo ou frontal.

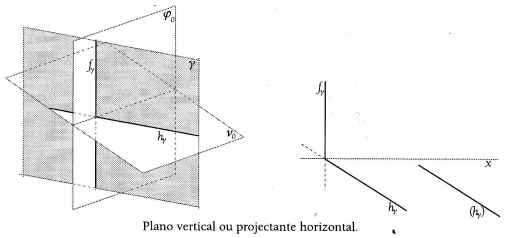
5. Plano vertical ou projectante horizontal

É perpendicular ao plano horizontal de projecção e oblíquo em relação ao plano frontal de projecção.

Para conhecê-lo, basta saber a amplitude do ângulo que ele faz em relação ao plano frontal de projecção, amplitude esta que no plano do desenho é determidada pelo seu traço horizontal e o eixo ***x***.

Tendo em conta que o seu traço frontal é sempre perpendicular ao eixo ***x***, pode-se dispensá-lo, sendo representado apenas pelo traço horizontal cuja designação fica entre parêntesis.

É chamado projectante horizontal porque todos os seus pontos são projectados para o plano horizontal por rectas desse plano e sendo assim encontram-se sobre o seu traço horizontal.



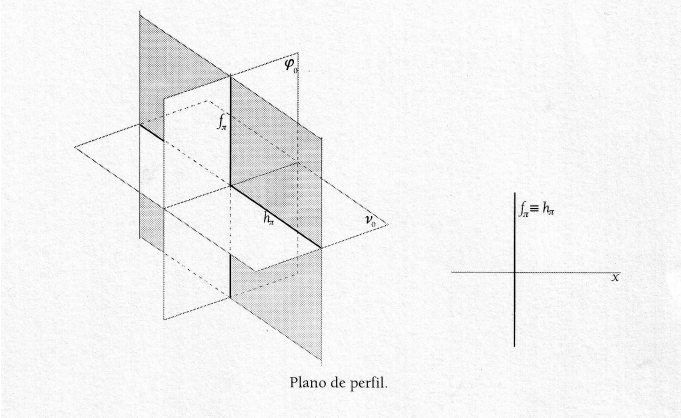
Plano vertical ou projectante horizontal.

6. Plano de Perfil

É ao mesmo tempo perpendicular aos dois planos de projecção e também ao eixo ***x***, o que faz com que no plano

do desenho os seus traços sejam coincidentes e perpendiculares ao eixo ***x***.

Sendo um plano duplamente projectante, isto é, projectante frontal e projectante horizontal, todas as figuras nele assentes têm as suas projecções situadas sobre a linha perpendicular ao eixo ***x***, seus traços coincidentes.

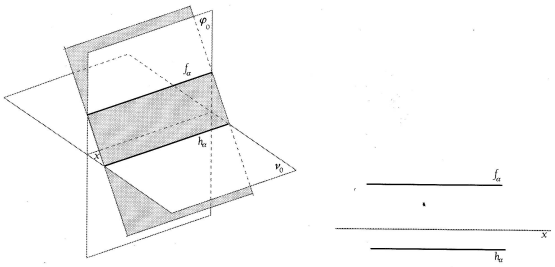


Plano de perfil.

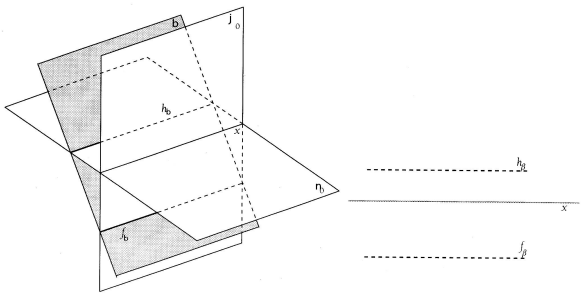
7. Plano de Rampa

Tal como o plano oblíquo, o plano de rampa é oblíquo em relação aos dois planos de projecção, distinguindo-se do outro pelo facto de ser paralelo ao eixo ***x***. O plano de rampa atravessa sempre 3 diedros de projecção.

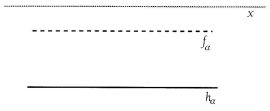
Os seus traços também são paralelos ao eixo ***x***, tanto podem estar para cima do eixo ***x*** ou para baixo do mesmo, bem como um pode estar para cima e outro para baixo ou até coincidentes, dependendo dos diedros que o plano atravessa e dos ângulos que ele faz com os planos ortogonais de projecção.



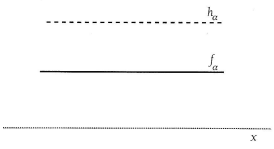
Plano de rampa que atravessa os II, I e IV diedros de projecção.



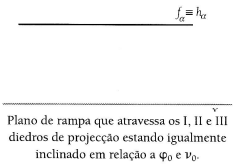
Plano de rampa que atravessa os II, III e IV diedros de projecção.



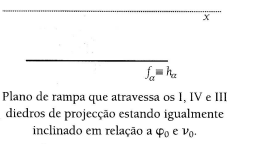
Plano de rampa que atravessa os I, IV e III diedros de projecção.



Plano de rampa que atravessa os I, II e III diedros de projecção.



Plano de rampa que atravessa os I, II e III diedros de projecção estando igualmente inclinado em relação a φ_0 e ν_0.



Plano de rampa que atravessa os I, IV e III diedros de projecção estando igualmente inclinado em relação a φ_0 e ν_0.

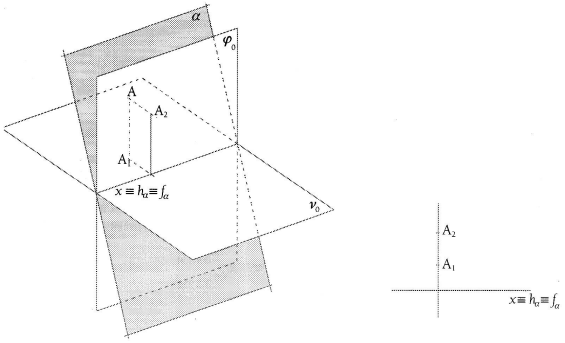
8. Plano Passante

É oblíquo aos dois planos de projecção, tal como o plano de rampa. A diferença com o de rampa reside nofacto de este

conter o eixo ***x*** e consequentemente situar~se em apenas dois diedros de projecção.

Os seus traços são coincidentes com o eixo ***x*** e sendo assim, só eles não podem definí-lo. Este plano poderá ser definido pelos seus traços e um seu ponto exterior ao eixo ***x***.

Os planos bissectores, β_{13} e β_{24}, também são pllanos passantes.



Plano passante

Resumo da lição



Resumo

Nesta unidade você aprendeu a as diferentes posições que um plano ocupa em relação aos planos ortogonais de projecções, como o quadro apresenta resumidamente a seguir.

Alfabeto do plano

Nome do plano			Posição no espaço		Traços
			Em relação a φ_0 e ν_0	Em relação ao eixo *x*	
Oblíquo			$\angle$ a φ_0 $\angle$ a ν_0	$\angle$ a *x*	h $\angle$ a *x* v $\angle$ a *x*
De Rampa			$\angle$ a φ_0 $\angle$ a ν_0	// a *x*	h // a *x* v // a *x*
Projectantes	Horizontal	Verical	$\angle$ a φ_0 $\perp$ a ν_0	$\angle$ a *x*	h $\angle$ a *x* v $\perp$ a *x*
		Front l	// a φ_0 $\perp$ a ν_0	// a *x*	h // a *x* v não existe
	Duplamente projectante	de Perfil	$\perp$ a φ_0 $\perp$ a ν_0	$\perp$ a *x*	h $\perp$ a *x* v $\perp$ a *x*
	frontal	de Topo	$\perp$ a φ_0 $\angle$ a ν_0	$\angle$ a *x*	h $\perp$ a *x* v $\angle$ a *x*
		de nível ou horizontal	$\perp$ a φ_0 // a ν_0	// a *x*	h não existe v // a *x*
Passante			$\angle$ a φ_0 $\angle$ a ν_0	$\equiv$ com *x*	h $\equiv$ com *x* v $\equiv$ com *x*

v – traço frontal dum plano

h – traço horizontal do plano

x – eixo ***x*** ou lunha de terra

$\perp$ - perpendicular

Actividades

1. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas.

   a) O plano oblíquo é duplamente perpendicular aos planos ortogonis de projecção _____.

   b) O plano de rampa é oblíquo em relação aos dois planos de projecção _____ .

   c) Um plano de nível pode situar-se nos I, II e III diedros de projecção _____ .

   d) O plano de frente é lugar geométrico em que todos os pontos têm afastamentos iguais _____ .

   e) Um plano de topo é perpendicular ao plano frontal de projecção _____ .

   f) Um plano paralelo ao eixo ***x*** chama-se plano de rampa _____ .

   g) O traço horizontal de qualquer plano de topo é perpendicular ao eixo ***x***.

   h) O plano projectante horizontal pode ser representado apenas pelo seu traço horizontal com a designação entre parêntesis _____ .

   i) Todos os pontos dum plano de nível têm a mesma cota _____

   j) O plano de perfil é duplamente ortogonal aos planos de projecção _____.

Resposta:

As alíneas correctas são: b, d, e, f, g, h, i e j.

Avaliação



Avaliação

1. Assinale com **V** as afirmações verdadeiras e com **F** as falsas.

   a) Todos os pontos de um plano de perfil têm a mesma absissa. _____.

   b) O plano de nível é perpendicular a v_0 _____.

   c) Qualquer figura assente no plano de topo tem a sua projecção frontal coincidente com o traço frontal do plano _____.

   d) Todas a figuras asentes num plano de frente têm a sua projecção frontal igual a si própria _____

   e) O traço do plano de frente designa-se entre parentesis por ser único traço _____.

   f) As projecções horizontais de figuras assentes em planos de nível apresentam-se em sua verdadeira grandeza _____.

2. Que posição toma um plano projectante frontal em relação aos planos ortogonais de projecção.

3. Qual é a posição dum plano de perfil em relação a v_0.

4. Em que diedros pode se situar simultaneamente o plano de frente.

Lição 10

Pontos dum plano

Introdução

Nesta lição vamos aprofundar o estudo da relação entre pontos e planos. Veremos em que circunstâncias é que um ponto é considerado como pertencnte a um plano bem como iremos fazer passar um plano por pontos determinados.

Os exercícios que constarão das actividades permitirão consolidar a matéria aprendida.

Objectivos

Ao concluir esta lição você será capaz de:

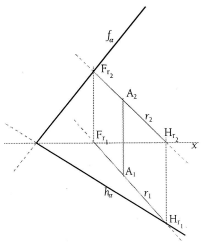
Determinar um ponto pertencente a um plano;

Determinar umplano pasando por uma recta;

Distinguir um plano passando por um ponto.

Ponto dum plano

Considera-se que um ponto pertence a um plano se este estiver contido numa recta pertencente a esse plano.



Ponto A pertencente ao plano α.

O ponto **A** pertence ao plano α, porque está contido na recta ***r*** cujos traços encontram-se sobre os traços do mesmo nome do plano.

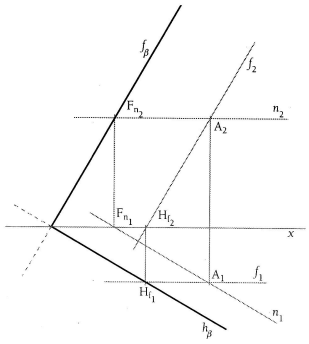
Seja dado um plano β, oblíquo, cujos traços frontal e horizontal fazem com o eixo ***x*** respectivamente, ângulos de 60º e 30º, de abertura para a direita, determinemos as projecções do ponto **A** (2,5; 5,5) que lhe pertence.

Para a determinação das projecção do ponto **A** do plano β, há necessidade de se recorrer a rectas de frente e de nivel desse plano, pois através da recta de frente com afastamento igual a do ponto apode-se facilmente encontrar a projecção horizontal do ponto.

Para encontrar a projecção frontal do ponto, uma recta de nivel com a cota do ponto é fundamental.

1º passo

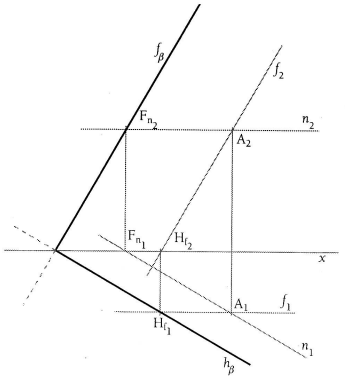
A uma distância de 2,5 cm para baixo do eixo ***x***, traça-se uma linha paralela a esse eixo, f_1 cuja intersecção com h_β origina H_{f1}, traço horizontal da recta de frente pertencente ao plano β.



O ponto

3º passo

O ponto de intersecção de n_2 com f_2 é A_2, projecção frontal do ponto procurado, cuja projecção horizontal **A1**, localizar-se-á no ponto de intersecçã de n_1 com f_1.



Projecções do ponto A pertencente ao plano dado

Estes procedimentos serão os mesmos para determinar as projecções dum ponto dum plano definido por duas rectas concorrentes.

Resumo da lição

Resumo

Nesta lição você aprendeu que sendo dado um plano podemos determinar as projecções dos pontos que o pertencem.

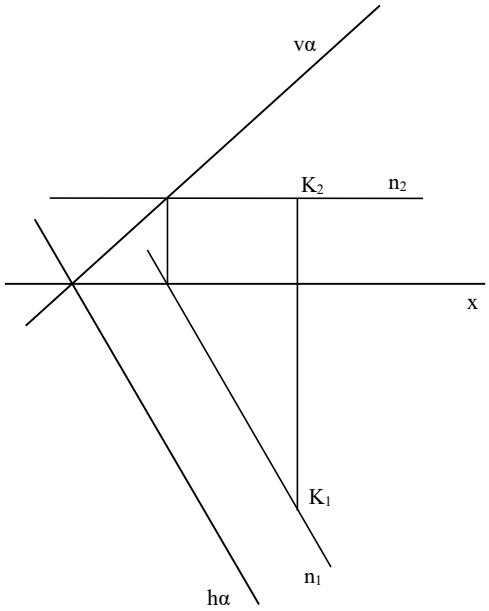
Para que tenhamos a certeza de que um ponto pertence a um plano é necessário que esse ponto pertença a uma recta desse plano, ou seja, é necessário que pertence a uma recta cujos traços encontram-se sobre os traços do mesmo nome do plano.

Actividades

1. Dado um plano oblíquo cujos traços frontal e horizontal fazem respectivamente ângulos de 45º e 60º de abertura para a direita, determine as projecções dum ponto **K** (5,5; 2) desse plano.

Resolução:

1.



Avaliação

Avaliação

1. Considere um ponto **A** (2,5; 3,5) e por ele faça passar um plano:

   a) Vertical fazendo um ângulo de 45º com ν_0, de abertura para a direita.

   b) Horizontal ou de nível

   c) Oblíquo.

   d) De perfil.

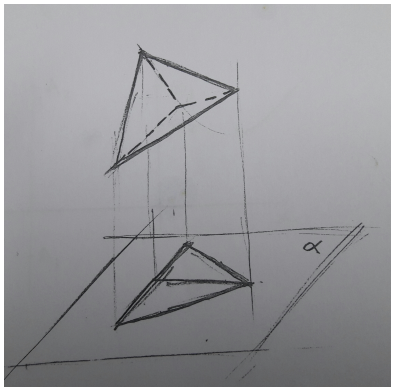
Soluções

Lição 1

1. Quem fundou a Geometria Descritiva foi Gaspard Monge.

2. Os conhecimentos da Geometria Descritiva aplicam-se em arquitectura, engenharias, design, e muitos outros campos.

3.

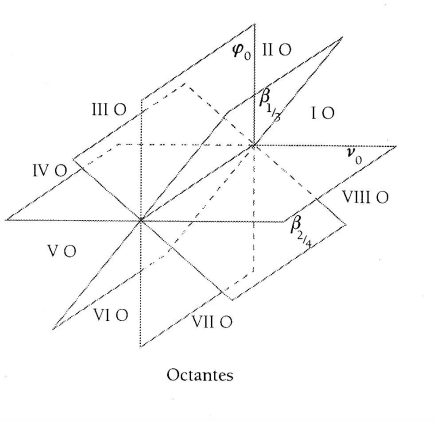


Lição 2

1. Os conhecimentos sobre as projecções ortogonais pode ser aplicados, por exemplo, no desenvolvimento de um projecto de construção civil.

2. O sistema de dupla projecção ortogonal também é chamado sistema de Monge porque foi o Gaspard Monge que o inventou.

3.



Octantes

Lição 3

1. Assinale com ✓ a resposta certa para frase seguinte:

A ordem que as coordenadas de um ponto deve apresentar é a seguinte:

a) afastamento, cota e abcissa; _____

b) abcissa, cota e afastamento; _____

c) abcissa, afastamento e cota; ✓

d) cota, abcissa e afastamento; _____

e) afastamento, abcissa e cota. _____

2. Usando as palavras "*positivo"* e *"negativo"*, preencha os espaços em branco.

   Os pontos situados no primeiro diedro têm cota positiva e afastamento positivo. Os pontos situados no quarto diedro têm afastamento positivo e cota negativa.

3. Assinale com um ✓ as afirmações correctas:

   a) Os pontos com afastamento negativo têm a sua projecção horizontal abaixo do eixo **x**. _____

b) As projecções horizontais que se apresentam abaixo do eixo **x**, são de pontos situados no primeiro diedro. _____

c) Qualquer ponto com a projecção horizontal acima do eixo **x** pertence ao segundo diedro. _____

d) Os pontos, cujas projecções frontais se situam para cima do eixo **x**, pertencem ao primeiro diedro. _____

e) As projecções frontais situados acima do eixo **x** são de pontos de cota positiva. ✓

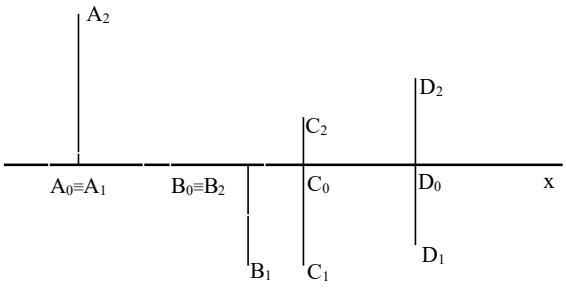
f) Todos os pontos com a projecção frontal abaixo do eixo **x** têm afastamento negativo. _____

g) Os pontos, cujas projecções frontais se situam para baixo do eixo **x**, pertencem cota positiva. _____

Lição 4

1. Assinale com um ✓ as afirmações verdadeiras:
   - Todos os pontos situados no semiplano horizontal posterior têm afastamento nulo._____
   - O lugar geométrico onde todos os pontos têm afastamento e cota nulos é o eixo **x**. ✓
   - Os pontos de afastamentos negativo com menor valor absoluto que a cota positiva, pertencem ao IIIO. ✓
   - Qualquer ponto que tenha a cota e afastamentos iguais e positivos, pertence ao β_{24}, IID. _____
   - Todos os pontos que tenham, no plano do desenho, as suas projecções simétricas em relação ao eixo **x**, pertencem ao plano bissector dos diedros impares, β_{13}. ✓

2.



O ponto **A** pertence ao IIO;

O ponto **B** pertence ao SPHA

O ponto **C** pertence ao IO

O ponto **D** pertence ao β_{13}, ID.

3. Os lugares geométricos dos pontos no desenho são seguintes:

   O ponto **A** pertence ao IIO

   O ponto **B** localiza-se no IO

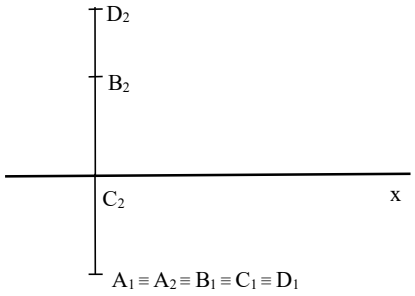
   O ponto **C** situa-se no IVO

   O ponto **D** localiza-se no $\beta_{24,}$ IID.

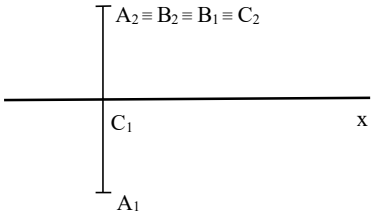
   O ponto **E** pertence ao $\beta_{13,}$ IID

   O ponto **F** localiza-se no VO

4.



5.



Lição 5

1. Assinale com um ✓ as afirmações verdadeira:

   a) O traço frontal duma recta é o seu ponto com afastamento nulo. ✓

   b) O lugar geométrico onde se situam pontos com projecções coincidente no plano do desenho, é o β_{24}. ✓

   c) Traço horizontal duma recta é o ponto da sua intersecção com o plano horizontal de projecção. ✓

   d) Todos os pontos dos planos bissectores são equidistantes aos planos de projecção. ✓

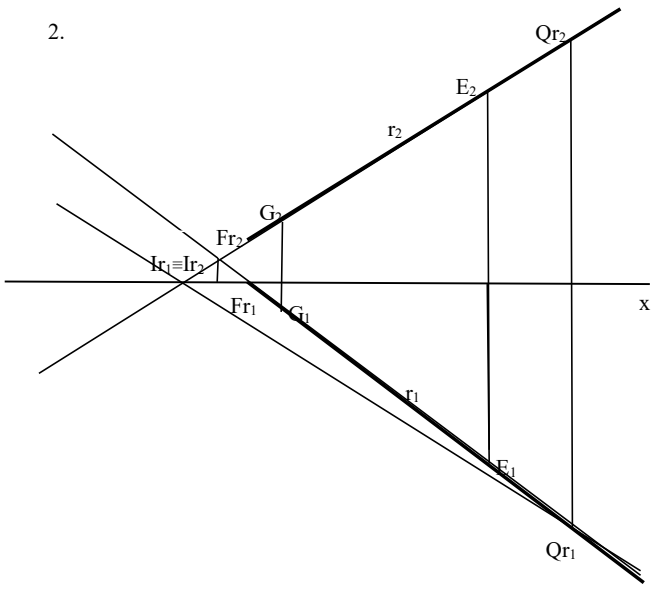
   e) Todos os pontos cujas projecções são simétricas em relação ao eixo **x**, pertencem ao β_{13}. ✓

   f) O lugar geométrico onde todos os pontos têm cota e afastamento simétricos é o β_{24}. ✓

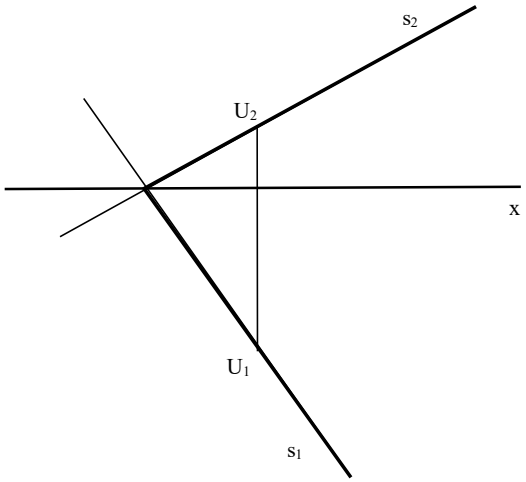
   g) Todos os pontos do eixo **x** têm projecções coincidentes. ✓

   h) Uma recta paralela ao plano horizontal não tem traço horizontal. ✓

2.



3.



Lição 6

1. Assinale com um ✓ as afirmações verdadeira:

   a) Uma recta frontal ou de frente é paralela ao plano frontal de projecção. ✓

   b) Se as projecções duma recta são coincidentes é porque trata-se de uma recta de perfil. ____

   c) Uma recta fronto-horizontal contida em β_{24} tem sempre as suas projecções coincidentes. ✓

   d) Uma recta de nível pertence a um plano que é paralelo a ν_0. ✓

   e) Uma recta oblíqua é paralela ao plano frontal de projecção.

   f) Se a projecção frontal duma recta é um ponto, trata-se duma recta de topo. ✓

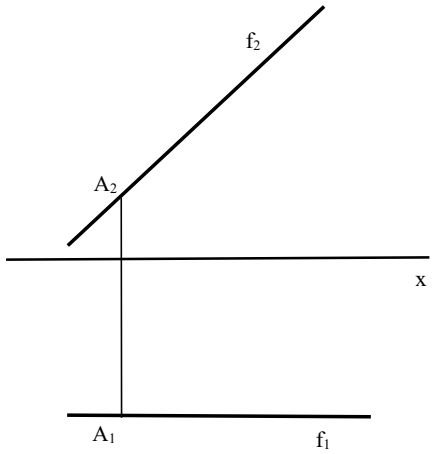
2. Preencha os espaços em branco usando as seguintes palavras: ponto, paralela, oblíqua, perpendicular, coincidentes, frontal, horizontal.

   Uma recta de nível é paralela ao plano horizontal e obíqua em relação ao plano frontal. Por essa razão não tem traço horizontal Contrariamente à recta de nível, a recta frontal ou de frente é paralela ao plano frontal de projecção e oblíqua em relação ao plano horizontal de projecção.

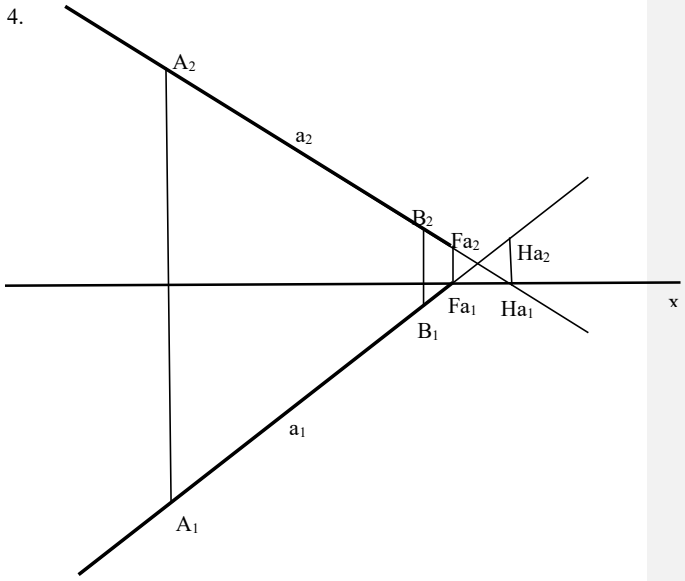
Uma recta de topo é paralela ao plano horizontal de projecção e perpendicular ao plano frontal de projecção.

A recta oblíqua tem a sua projecção frontal oblíqua em relação ao eixo **x** e a projecção horizontal oblíqua ao eixo **x**. No espaço a recta oblíqua é oblíqua aos dois planos de projecção.

3.

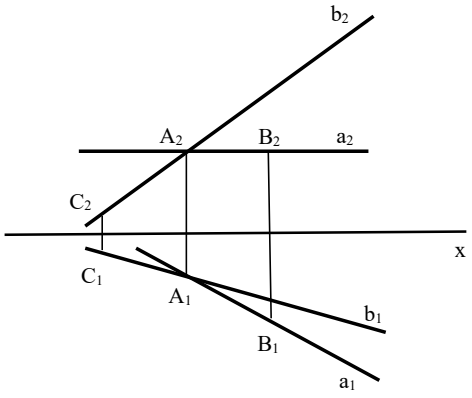


4.

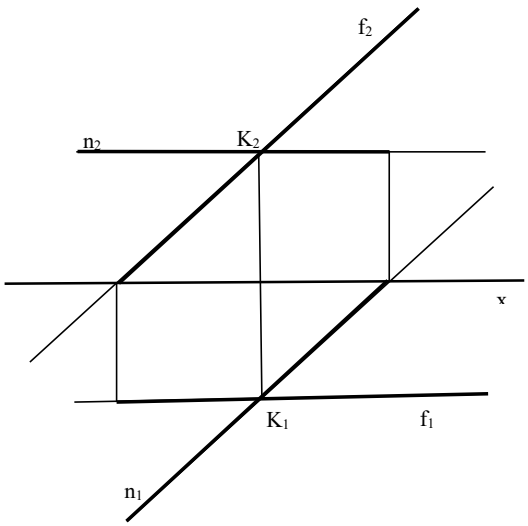


Lição 7

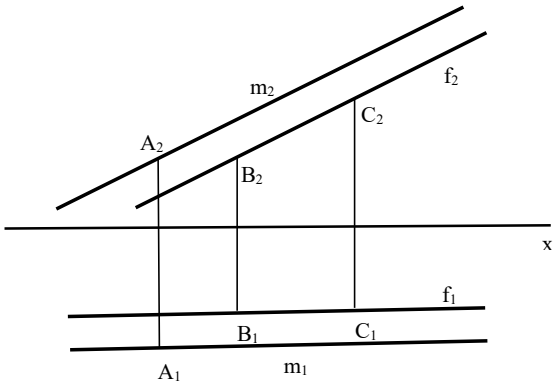
1.



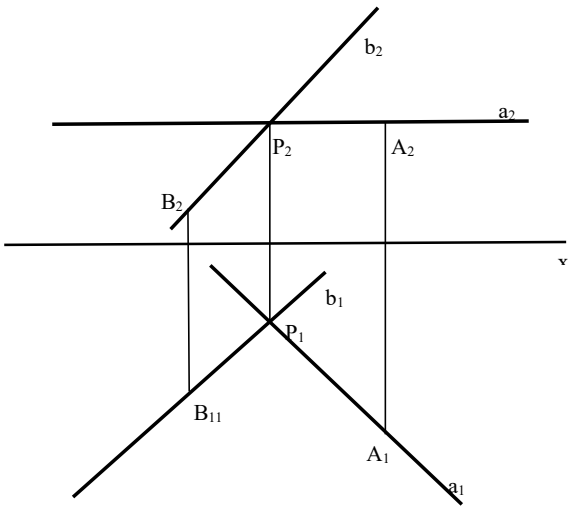
2.



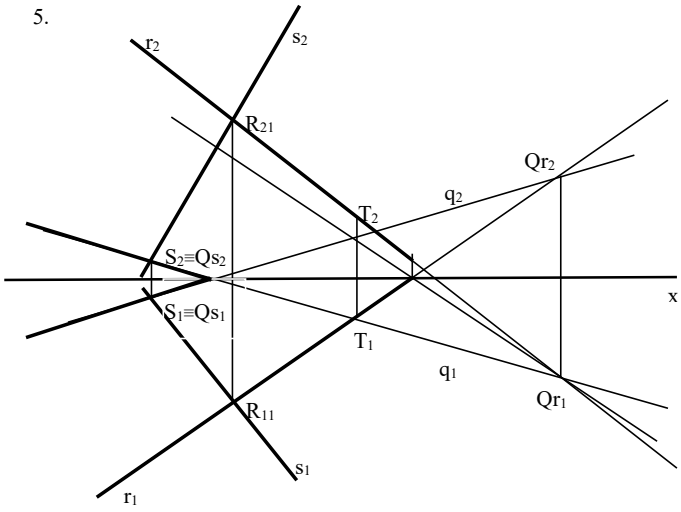
3.



4.



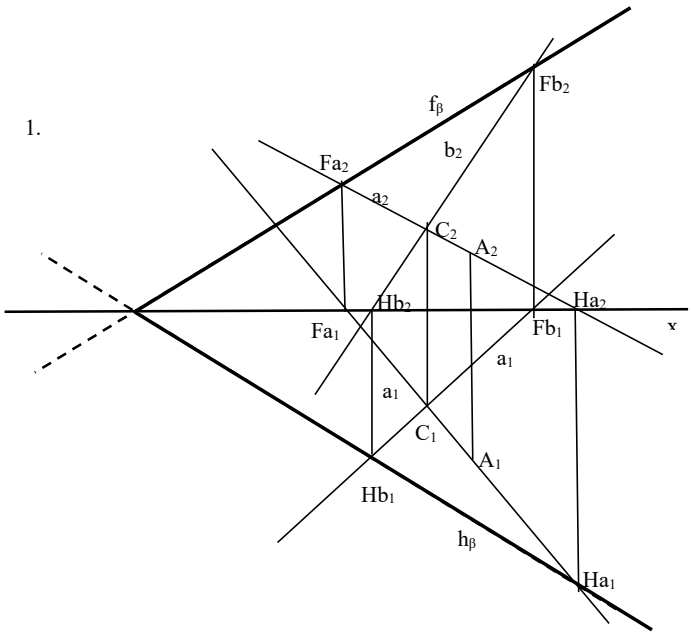
5.



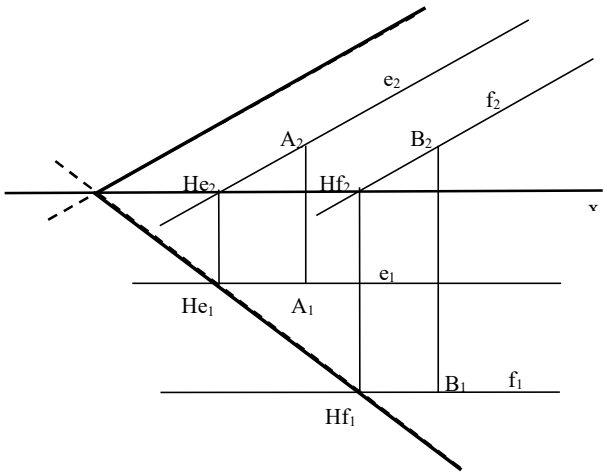
c) A recta ***d*** é a recta passante contida no plano bissector dos quadrantes impares.

Lição 8

1.



2.



Lição 9

1. As alíneas cujas afirmações são verdadeiras, são as seguintes: a, c, d, e e f.

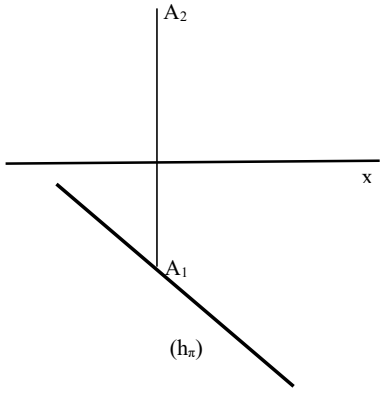
2. O plano projectante frontal é perpendicular ao plano frontal de projecção e oblíquo em relação ao plano horizontal de projecção.

3. Um plano de perfil é perpendicular ao ν_0.

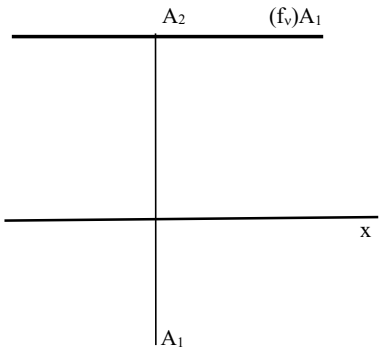
4. Um plano de frente pode situar-se no I e IV diedros ou no II e III diedros de projecção.

Lição 10

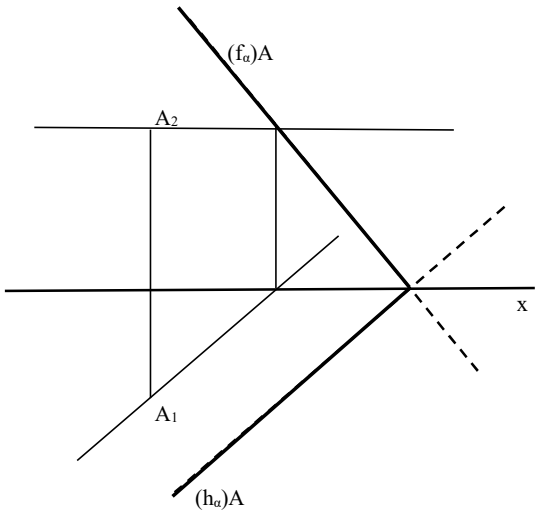
1. a)



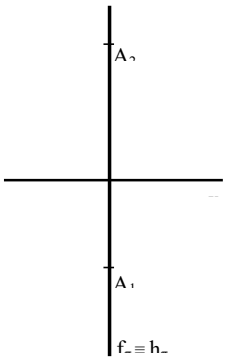
1. b)



1. c)



1. d)



Módulo 2 de Desenho e Geometria Descritiva

Teste Preparação de Final de Módulo

Introdução

Este teste, querido estudante, serve para você se preparar para realizar o Teste de Final de Módulo no CAA. Bom trabalho!

1. Depois do rebatimento dos planos de projecção, temos o plano do desenho. Qual deverá ser a posição dos semiplanos em relação ao eixo x no plano do desenho?

2. Em que semiplano se situam as projecções horizontais dos pontos localizados no primeiro diedro?

3. Usando as palavras «positivo» e «negativo», preencha os espaços em branco

Os pontos situados no primeiro diedro têm cota _____ e afastamento _____. Os pontos situados no quarto diedro têm afastamento _____ e cota _____.

4. Assinale com X, a resposta que completa a frase seguinte:

A ordem que as coordenadas de um ponto deve apresentar é a seguinte:

a) afastamento, cota e abcissa.
b) abcissa, cota e afastamento.
c) abcissa, afastamento e cota.
d) cota, abcissa e afastamento.
e) afastamento, abcissa e cota.

5. Assinale com X, as afirmações correctas:

a) Os pontos com afastamento negativo têm a sua projecção horizontal abaixo do eixo x.

b) As projecções horizontais que se apresentam para baixo do eixo x são de pontos situados no primriro diedro de projecção.

c) Qualquer ponto com a projecção horizontal acima do eixo x pertence ao segundo diedro.

d) Os pontos cujas projecções frontais se situam para cima do eixo x pertencem ao primeiro diedro.

e) As projecções frontais situadas acima do eixo x, são de pontos de cota positiva.

f) Todos os pontos com a projecção frontal abaixo do eixo x têm afastamento negativo.

g) Os pontos cujas projecções frontais se situam para baixo do eixo x têm cota positiva.

6. Qual é a caracteristica comum dos pontos situados no terceiro octante?

Assinale com X as afirmações correctas:

a) qualquer ponto de cota nula e afastamento positivo pertence ao semiplano horizontal anterior.

b) os pontos do semiplano frontal superior têm afastamento igual a zero e cota positiva.

c) os pontos com afastamento negativo e cota nula pertencem ao SPHP.

d) todos os pontos que tenham cota nula e afastamento negativo pertencem a um plano frontal.

7. Como se chama o lugar geométrico onde todos os pontos têm afastamento nulo e cota negativa?

8. Represente pelas suas projecções os seguintes pontos e diga o lugar geométrico onde cada um deles se localiza: A(-3; 0; 3), B(0; 2; 0), C(1; 2; 1) D(2; 1,5; 1,5).

9. 5. Os pontos A, B, C e D pertencem à mesma projectante horizontal que dista 2,5 cm de ϕ_0. Desenhe as projecções desses pontos, sabendo que:
   a. A, é do IVD e pertence a $\beta_{2/4}$.
   b. B, é simétrico a A em relação a v_0.
   c. C, pertence ao plano horizontal de projecção.
   d. D pertence ao IIO

Chave de Correcção do Teste de Preparação

1. Depois do rebatimento, no plano do desenho, o semiplano horizontal anterior coincide com o semiplano frontal inferior para baixo do eixo *x* e, o semiplano horizontal posterior coincide com o semiplano frontal superior, para cima do eixo *x*.

2. Semiplano Horizontal anterior.

3. Os pontos situados no primeiro diedro têm cota POSITIVA e afastamento POSITIVO. Os pontos situados no quarto diedro têm afastamento POSITIVO e cota NEGATIVA.

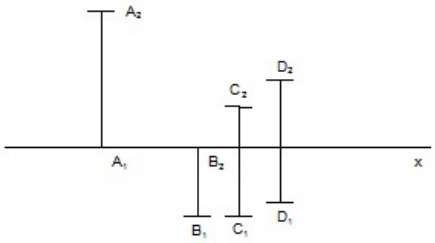
4. a) b) c) X d) e)

5. a) b) c) d) e) X

6. . Os pontos situados no IIIO têm cota positiva com maior valor absoluto que a afastamento negativo.

7. Semiplano frontal inferior

8.



- O ponto A situa-se no SPFS
- O ponto B situa-se no SPHA
- O ponto C situa-se no IO
- O ponto D situa-se no $\beta_{1/3}$, ID.

9.

